Untersuchung von Zuständen des Kernes ^{27}Al mit Hilfe der Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Hans M o r g e n s t e r n

aus Berlin

- August 1969 -

1970

1. Gutachter: Prof. Dr. K. H. Lindenberger

2. Gutachter: Privat-Dozent Dr. J. Christiansen

Tag der mündlichen Prüfung: 14. November 1969

Tag der Promotion:

16. FEB. 1970

Untersuchung von Zuständen des Kernes ^{27}Al mit Hilfe der Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Hans M o r g e n s t e r n

aus Berlin

- August 1969 -

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Inhaltsverzeichnis Seite

Zusammenfassung 3

1 Einleitung 4

2 Experimentelle Verfahren und Messungen 5
2.1 Die Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ 5
2.2 Die Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ 8

3 Analysen und Ergebnisse 10
3.1 DWBA-Theorie, Parameter, elastische Streuung 10
3.2 Reaktionswinkelverteilungen, Diskussion der Anpassung, ℓ-Werte 13
3.21 Die Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ 13
3.22 Die Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ 14
3.3 Spektroskopische Faktoren, Besetzungsstärken 16
3.4 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen anderer Arbeiten 21
3.41 Zur Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ 21
3.42 Zu den Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ 23

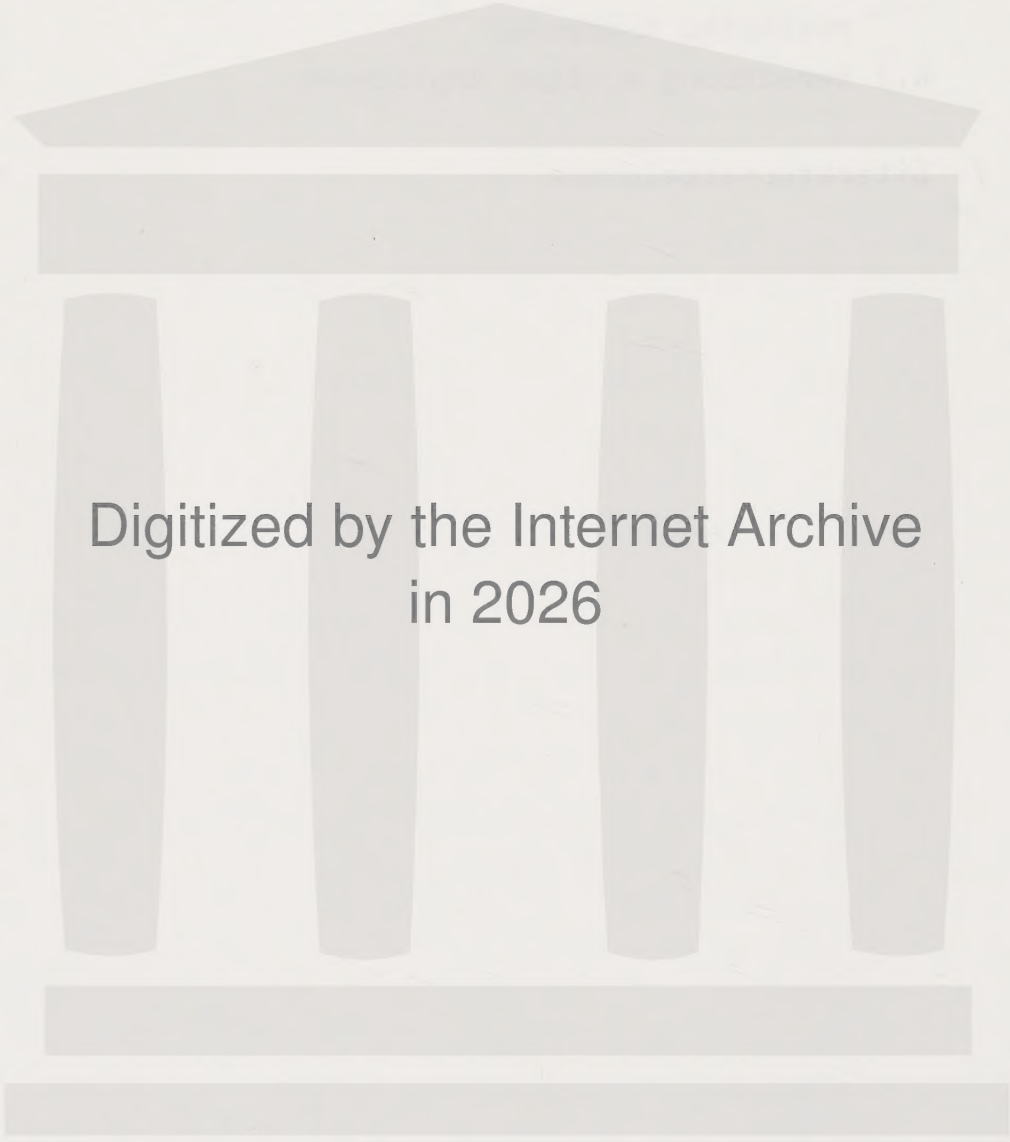
4 Vergleich mit Kernmodellen 25
4.1 Einfaches Schalenmodell 25
4.2 Nilsson-Modell 27
4.3 Modell der schwachen Kopplung 30
4.4 Verfeinertes Schalenmodell mit Korrelationen 32
4.41 Grundzustand von ^{26}Mg 32
4.42 Grundzustand von ^{28}Si 34
4.43 Grundzustand von ^{27}Al 35
4.44 Ansatz für die Wellenfunktionen der Grundzustände 36
4.45 Angeregte Zustände von ^{27}Al 38

Seite

5 Zusammenfassende Diskussion 40

6 Anhang 44
6.1 Die Reaktion $^{28}Si(n,d_o)^{27}Al$ mit polarisierten Neutronen 44
6.2 Berechnung einiger Amplituden 44

7 Literaturverzeichnis 47


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548902_0022

Zusammenfassung

Die Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$, $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ und $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ wurden bei E_τ = 11.0 MeV bzw. bei E_n = 21.3 MeV untersucht. Die Form der Winkelverteilungen der emittierten Teilchen wird durch DWBA+) reproduziert. Durch Vergleich der gemessenen und der berechneten Winkelverteilungen werden spektroskopische Faktoren ermittelt. Sie werden den Ergebnissen einfacher Kernmodelle gegenübergestellt und diskutiert. Für die Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ liefert das Modell der starken Kopplung befriedigende Vorhersagen, während die Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ mit den Ergebnissen keines der betrachteten Modelle übereinstimmt. Aus den Summen der spektroskopischen Faktoren werden Besetzungszahlen für Protonen und Neutronen in verschiedenen Schalenmodellzuständen ermittelt. Aus den Ergebnissen dieser Untersuchung wurde in Verbindung mit den Resultaten anderer Gruppen ein Ansatz für die Wellenfunktionen der Grundzustände vom ^{26}Mg und ^{28}Si und der unteren Zustände vom ^{27}Al gewonnen.

+) DWBA - Distordierte Wellen in Bornscher Approximation

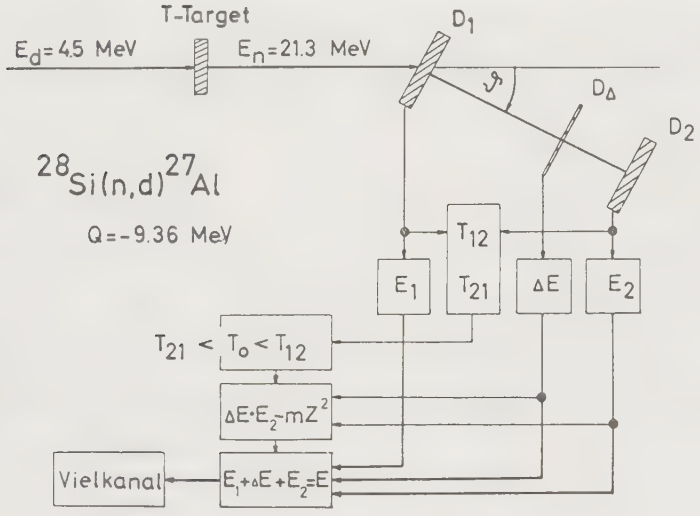
1 Einleitung

Die Struktur der Kerne ^{27}Al und ^{28}Si ist trotz zahlreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen[1)] noch nicht verstanden. Während für die leichteren Kerne ^{24}Mg, ^{25}Mg, ^{26}Al eine permanente prolate Deformation und für die schwereren Kerne ^{29}P, ^{29}Si eine oblate gesichert ist, liefern theoretische Arbeiten für ^{28}Si sowohl prolate wie oblate Lösungen. Dabei würden sich die Zustände vom ^{27}Al durch ein Protonenloch in einem Nilsson-Zustand vom ^{28}Si ergeben. Andererseits wurden auch beide Kerne als sphärische Vibrationskerne angesehen; dabei werden die Zustände vom ^{27}Al dargestellt durch schwache Kopplung eines Loches an ^{28}Si im Grundzustand und in angeregten Zuständen.
Verschiedeneexperimentelle Daten wurden sowohl zur Stützung und zur Widerlegung beider Modelle herangezogen, ohne daß eine Entscheidung möglich war. Für die Übergangsstärken von Transfer-Reaktionen zwischen den infrage stehenden Kernen liefern die verschiedenen Modelle sehr unterschiedliche Werte. Sie können möglicherweise zur Entscheidung dienen, wie unter anderem von Mottelson[51)] betont wurde. Deshalb war das Ziel dieser vorliegenden Untersuchung, solche Stärken aus Reaktionen zu bestimmen, die die Zustände von ^{27}Al mit den Grundzuständen der Nachbarkerne verbinden. Hierzu wurde die Protonen-Stripping-Reaktion ^{26}Mg(τ,d)^{27}Al mit konventionellen Methoden (Abschnitt 2.2) untersucht. Für diese Reaktion und auch für die parallele ^{26}Mg(d,n)^{27}Al Reaktion lagen noch keine zuverlässigen Daten vor.
Andererseits hatten verschiedene Pick-up-Reaktionen mit komplexeren Teilchen am ^{28}Si, wie (d,τ) und (τ,α), zum Teil widersprüchliche Resultate geliefert, die möglicherweise in einem komplizierteren Reaktionsmechanismus ihre Ursache hatten. Deshalb untersuchten wir die theoretisch einfachere Reaktion ^{28}Si(n,d)^{27}Al, die jedoch wegen der Verwendung von Neutronen im Eingangskanal experimentell große Schwierigkeiten bot. Hierzu mußten spezielle Nachweistechniken entwickelt werden, die im Abschnitt 2.1 beschrieben werden.
Die Meßergebnisse werden mit DWBA-Rechnungen verglichen (Abschnitt 3.1 und 3.2) und spektroskopische Faktoren extrahiert (3.3). Diese werden zusammen mit den Ergebnissen anderer Arbeiten (3.4) den Vorhersagen der phänomenologischen Modelle gegenübergestellt (4.1 bis 4.3) und zur Bestimmung von Wellenfunktionen für die infrage stehenden Kernzustände verwendet (4.4).

2 Experimentelle Verfahren und Messungen

2.1 Die Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

Der experimentelle Aufbau zur Messung der Reaktion ist schon ausführlich beschrieben worden[2,3]. Einen Überblick gibt Figur 1. Der vom 5.5 MV van de Graaff-Beschleuniger des Hahn-Meitner-Institutes in Berlin gelieferte Deuteronenstrahl von 4.5 MeV und etwa 50 µA Stromstärke wird durch ein magnetisches Linsensystem auf das Target T fokussiert. (Tritium-Titan-Target, Aktivität 10 Curie). Die Neutronen werden durch die Reaktion $T(d,n)^4He$ erzeugt. Die unter Null Grad zur Deuteronenflugrichtung ausgesandten unpolarisierten Neutronen



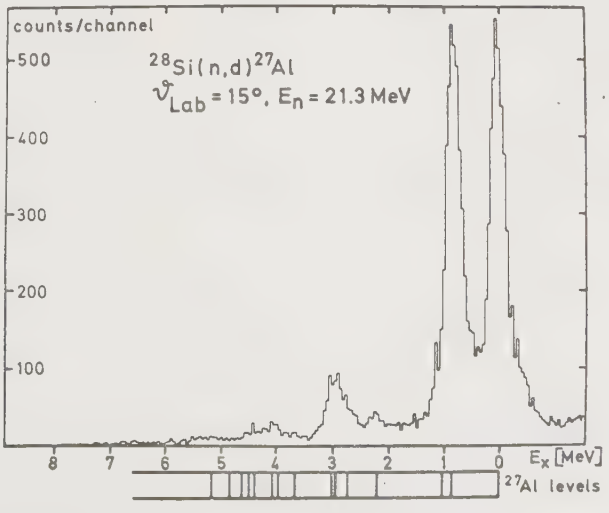
Figur 1: Experimenteller Aufbau zur Messung der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

haben eine Energie von 21.3 MeV. (Über die Messung der Analysierkraft der Reaktion $^{28}Si(n,d_o)^{27}Al$ für polarisierte Neutronen[4] siehe Anhang 6.1).

In einer Vakuumkammer standen sich zwei Silizium-Halbleiterzähler D_1 und D_2 mit annähernd kreisförmigen Oberflächen von 300 mm^2 und einer Verarmungszonentiefe von 700 µ mit

gemeinsamer Normale gegenüber. Zwischen beiden befand sich vor dem Detektor D_2 ein 150 mm^2 großer und 30 µ dicker total verarmter ΔE-Detektor D_Δ. Es wurden geladene Teilchen registriert (Protonen, Deuteronen und α-Teilchen), die in einem Detektor D_1 oder D_2 starteten und annähernd parallel zur Normalen durch D_Δ in den anderen flogen. Um die Winkelverteilungen der emittierten Teilchen relativ zur Neutronenflugrichtung zu erhalten, wurden die Detektoren D_2 und D_Δ um D_1 gedreht. Der Detektor D_1 war 30 cm vom T-Target entfernt. Die zeitliche Differenz der Signale der Detektoren D_1 und D_2 wurde mit einem Zeitimpulshöhenwandler gemessen. Daraus konnte festgelegt werden, in welchem Detektor das betreffende Teilchen gestartet war.

Zur Identifikation der geladenen Teilchen bilden wir in einer Multiplikationsstufe das Produkt der Energien ΔE und E_2, das annähernd proportional zu mZ^2 ist, und definieren durch Diskriminatoren die von Deuteronen erzeugten Signale. Die Trennung geladener Teilchen mit dem verwendeten dE/dx · E Teleskop war besser als 1 %. Danach werden die Energien der Deuteronen, die diese in den drei Detektoren deponieren, in einer Summenstufe $E_1 + \Delta E + E_2 = E$ linear addiert und auf einen Vielkanalimpulshöhenanalysator gegeben. Als Beispiel wird in Figur 2 das Impulshöhenspektrum der Deuteronen gezeigt, die unter einem Winkel von 15 Grad im Laborsystem emittiert wurden. Dieses Spektrum ist noch darauf zu korrigieren, daß Deuteronen verschiedener Energie aus verschiedenen Tiefen heraus zum Nachweis gelangen.



Figur 2: Energiespektrum der Deuteronen aus der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ bei einem Laborwinkel von $\Theta_{lab} = 15°$.

Unter dem Bild ist das Niveauschema vom ^{27}Al eingezeichnet. Die gesamte Energieauflösung der Deuteronen betrug etwa 300 keV. Sie setzt sich zusammen aus der Auflösung der drei Detektoren und der Energieunschärfe aufgrund der geometrischen Anordnung und der Targetdicke. Es konnten für die untersten sieben Zustände Winkelverteilungen aufgenommen werden, jedoch konnten für die nicht aufgelösten Dubletts bei 0.842 - 1.013 MeV und 2.976 - 3.000 MeV nur gemeinsame Winkelverteilungen ermittelt werden. Messungen mit besserer Auflösung der Detektoren sind vorgesehen.

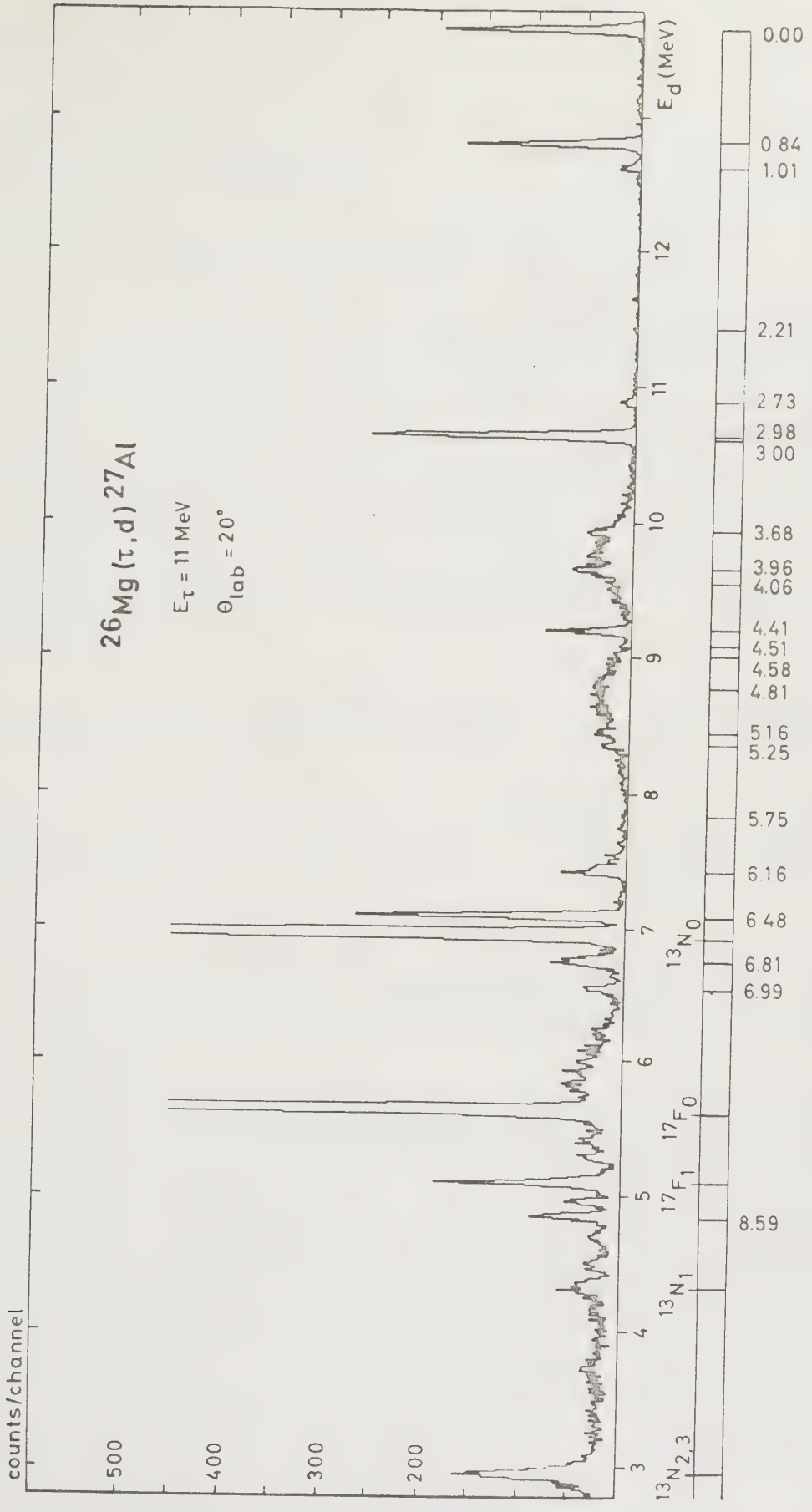
2.2 Die Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$

Der experimentelle Aufbau für Messungen an ^{3}He-induzierten Reaktionen in einer Reaktionskammer ist ausführlich von Homeyer[7] und insbesondere von Bohne[8] beschrieben worden. Im folgenden werden die wichtigsten Daten zusammengefaßt.

$^{3}He^{++}$-Energie	11.0 MeV
Energieschärfe	$< \pm 1$ %
Strahldurchmesser am Target	0.5 - 2 mm
Strahlstrom auf dem Target	ca. 100 nA
Target	mit Tantal reduziertes ^{26}Mg-Oxyd auf freitragenden Kohlenstoff (ca. 10 $\mu g/cm^2$) gedampft
Anreicherungsgrad von ^{26}Mg	96 %
gesamte Targetdicke	ca. 30 - 50 $\mu g/cm^2$
Tiefe des E-Detektors	1000 μ
Tiefe des ΔE-Detektors	30 μ
Detektorwinkelauflösung	$\pm$ 1 Grad
gesamte Energieauflösung	50 keV

Die Unterscheidung der Teilchen wurde auch hier mit einer Multiplikationsstufe durchgeführt[9]. Zur Überwachung der Strahlintensität wurden als Monitore zwei weitere Silizium-Halbleiterdetektoren benutzt, die unter 45° und 135° montiert waren. Als Beispiel zeigt die Figur 3 ein Energiespektrum von Deuteronen bei einem Laborwinkel von 20 Grad. Das Niveauschema von ^{27}Al ist wieder darunter gezeichnet. Man ist hier in der Lage, Winkelverteilungen der angeregten Zustände bis zur Bindungsgrenze von Protonen bei 8.27 MeV aufzunehmen.

Gleichzeitig mit der $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$-Messung wurde von uns auch die Neutronen-Pick-up-Reaktion $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ beobachtet. Dabei wurden wegen der schlechteren Statistik der Zählraten nur die drei stärksten Übergänge ausgewertet.



Figur 3: Energiespektrum der Deuteronen aus der Reaktion ^{26}Mg(τ,d)^{27}Al bei einem Laborwinkel von $\theta_{lab} = 20^{\circ}$

3 Analysen und Ergebnisse

3.1 DWBA-Theorie, Parameter, elastische Streuung

Die in dieser Arbeit untersuchten Einteilchentransfer-Reaktionen werden mit der einfachen DWBA-Theorie (Distorted Wave Born Approximation) von Bassel und Mitarbietern [11] behandelt. Die ein- und auslaufenden Teilchen werden durch die aus der elastischen Streuung ermittelten Wellenfunktionen beschrieben. Diese DWBA-Theorie liefert in Nullreichweitennäherung und mit Spinbahnkopplung im Eingangs- und Ausgangskanal und für das transferierte Teilchen folgende differentielle Wirkungsquerschnitte:

Pick-up-Reaktion: $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{exp}(\Theta) = N\, C^2 \sum_{\ell j} S_{\ell j}\ \sigma_{\ell j}^{DWBA}(\Theta)$$

Stripping-Reaktion: $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{exp}(\Theta) = N\, C^2\, \frac{2J_f+1}{2J_i+1} \sum_{\ell j} S_{\ell j}\ \sigma_{\ell j}^{DWBA}(\Theta)$$

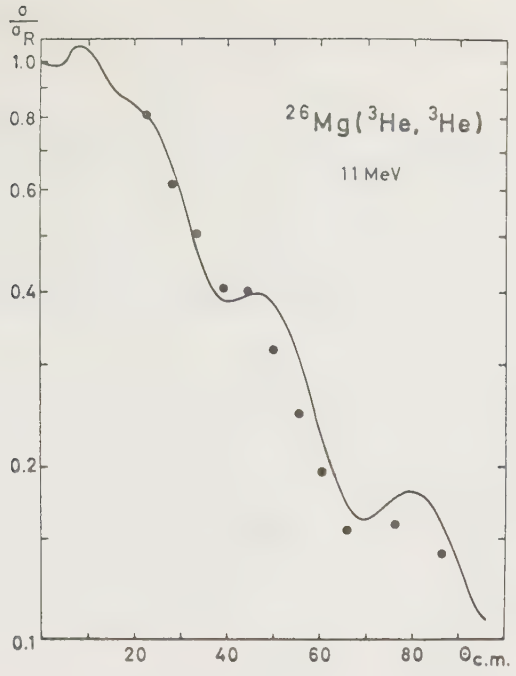
N	Normierungsfaktor, der den Überlapp der beteiligten Reaktionsteilchen mit dem transferierten Teilchen enthält,
C	Clebsch-Gordon-Koeffizient, der die Isospins des Anfangs- und Endzustands T_i und T_f sowie des transferierten Nukleons koppelt,
J_i, J_f	Spins des Targetgrundzustandes und der Endzustände
ℓj	Bahn- und Gesamtdrehimpulse des transferierten Nukleons,
$S_{\ell j}$	spektroskopischer Faktor, der Aussagen über die Kernstruktur enthält,
$\sigma_{\ell j}$	DWBA-Wirkungsquerschnitt, der im wesentlichen Reaktionskinematik und Dynamik enthält, und den Wirkungsquerschnitt für den Übertrag eines Teilchens in den bzw. aus den Zustand $\mid \ell j >$ angibt,
Θ	Emissionswinkel im Schwerpunktsystem.

Die DWBA-Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\ell j}^{DWBA}(0)$ wurden mit dem Programm 'Julie'[5] berechnet. Die dazu benötigten Parameter für die optischen Potentiale sind der Literatur entnommen und in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

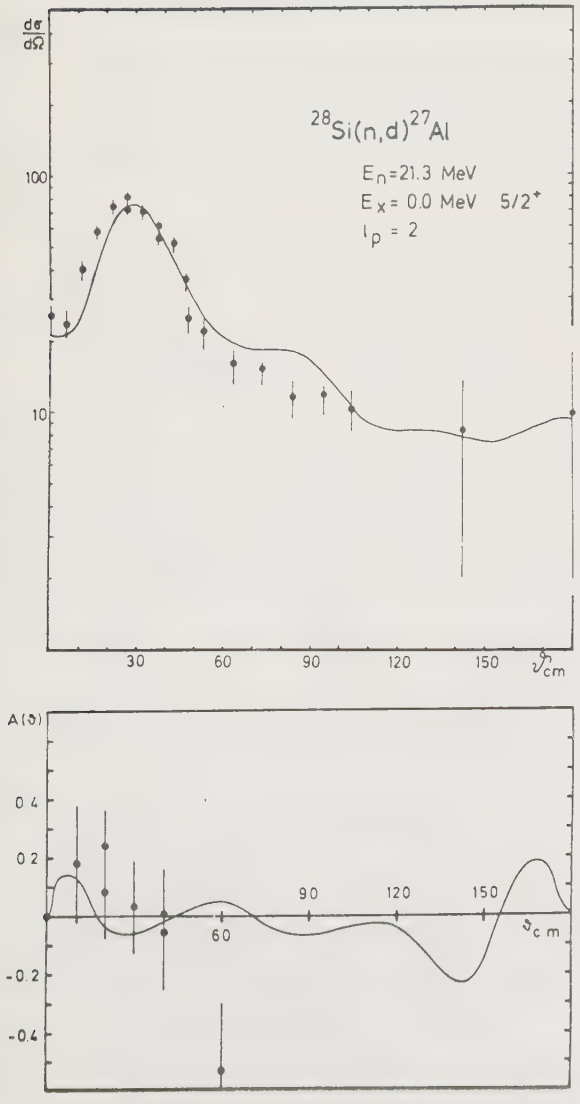
Teilchen	E (MeV)	V (MeV)	r_o (fm)	a (fm)	V_{so} (MeV)	W (MeV)	W' (MeV)	r_o' (fm)	a' (fm)	Literat.
α+ ^{25}Mg	10-20	197.1	1.349	.592	8	17	-	1.349	.592	12)
τ+ ^{26}Mg	11	155	1.08	.80	8	15	-	1.78	.60	13)
d+ ^{27}Al	4-13	90	1.15	.81	6	-	90	1.34	.68	14)
n+ ^{28}Si	21.3	44	1.25	.65	6	-	38	1.25	.47	14)
p, n	gebunden		1.25	.65	λ=25					

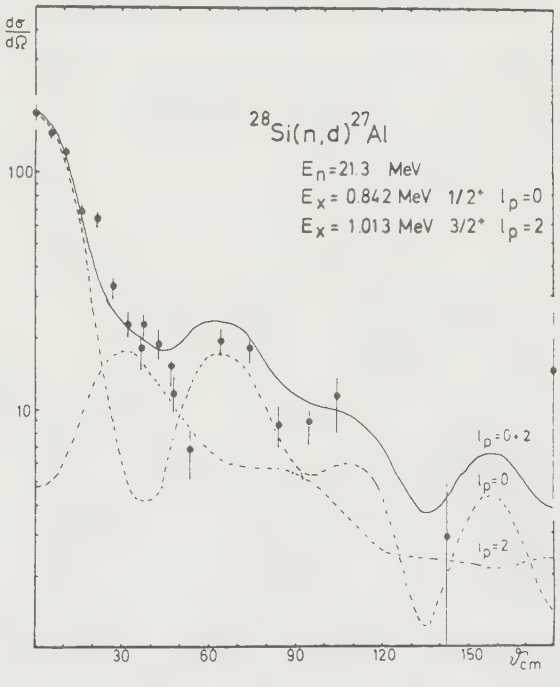
Die elastische Streuung von ^{3}He am ^{26}Mg zeigt die Figur 4. Aus der Literatur wurden drei sinnvolle Parametersätze für die DWBA-Rechnungen entnommen und der ausgewählt, der am besten mit der Form der Winkelverteilung übereinstimmt. Zur noch besseren Anpassung ist ein systematisches Parametersuchprogramm nötig, das uns leider nicht zur Verfügung stand. Der sich dabei aus der Rechnung ergebene Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung wurde benutzt, um die Winkelverteilung der Deuteronen und α-Teilchen absolut zu normieren.

Die Variation der Abschneideradien (cut-offs), die untere Integrationsgrenze im Radialüberlappintegral, hat kaum Einfluß auf die Form der Winkelverteilungen und ändert den Wert der Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\ell j}$ um weniger als 20 %, so daß die endgültigen Analysen ohne cut-offs durchgeführt wurden.
Beim Vergleich der gemessenen absoluten Wirkungsquerschnitte mit denen aus der DWBA berechneten geben einige Autoren Fehler von 20 % an. Doch ist das von Kern zu Kern sehr unterschiedlich, so daß man für die absolute Normierung keinen Fehler angeben kann, vielmehr wird durch diese Normierung erst die Wirkungsquerschnittsskala definiert. Sie ist bei fehlender absoluter Messung ein allgemein übliches Verfahren.



Figur 4: Elastische ^{3}He-Streuung am ^{26}Mg bei 11 MeV Einschußenergie



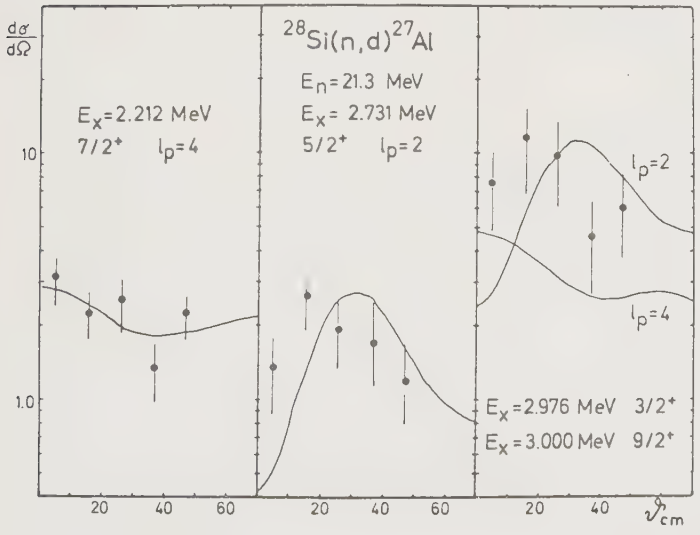


Figur 5:
Winkelverteilungen der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ zu den Zuständen bei 0.000 MeV, 0.843 MeV und 1.013 MeV. Links Analysierkraft der Reaktion in den Grundzustand (siehe Anhang 6.1).

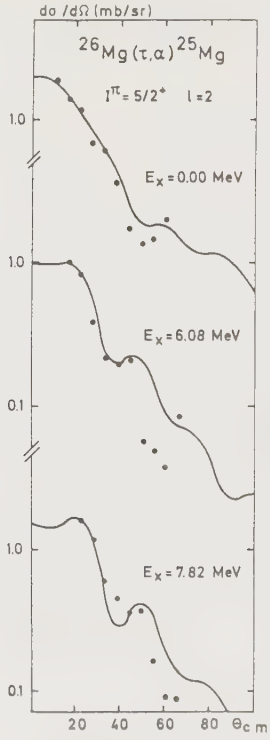
3.2 Reaktionswinkelverteilungen, Diskussion der Anpassung, ℓ-Werte

3.21 Die Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

Die Winkelverteilungen der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ zeigen die Figuren 5 und 6 (über die Messung der Analysierkraft siehe Anhang 6.1). Die in den Figuren eingezeichneten Linien sind Ergebnisse der DWBA-Rechnungen. Im Falle des Grundzustandes halten wir die Übereinstimmung für sehr gut. Die gemeinsame Winkelverteilung des ersten und zweiten angeregten Zustandes, die mit ℓ = 0 bzw. ℓ = 2 bevölkert wurden, wurde mit Hilfe der gerechneten Winkelabhängigkeit in diese beiden Komponenten zerlegt, wobei aber die Stärke des zweiten angeregten Zustandes sehr unsicher wird. Die Übereinstimmung der Übergänge zu den höher angeregten Niveaus mit der DWBA-Theorie ist nicht mehr so gut, oder kann aufgrund großer Meßfehler nur schlecht beurteilt werden. Trotzdem wurden für alle gezeigten Übergänge die spektroskopischen Faktoren bestimmt, zum Teil aber nur als obere Schranken.



Figur 6: Winkelverteilungen der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ zu den Zuständen bei 2.212 MeV, 2.731 MeV, 2.976 MeV und 3.00 MeV.



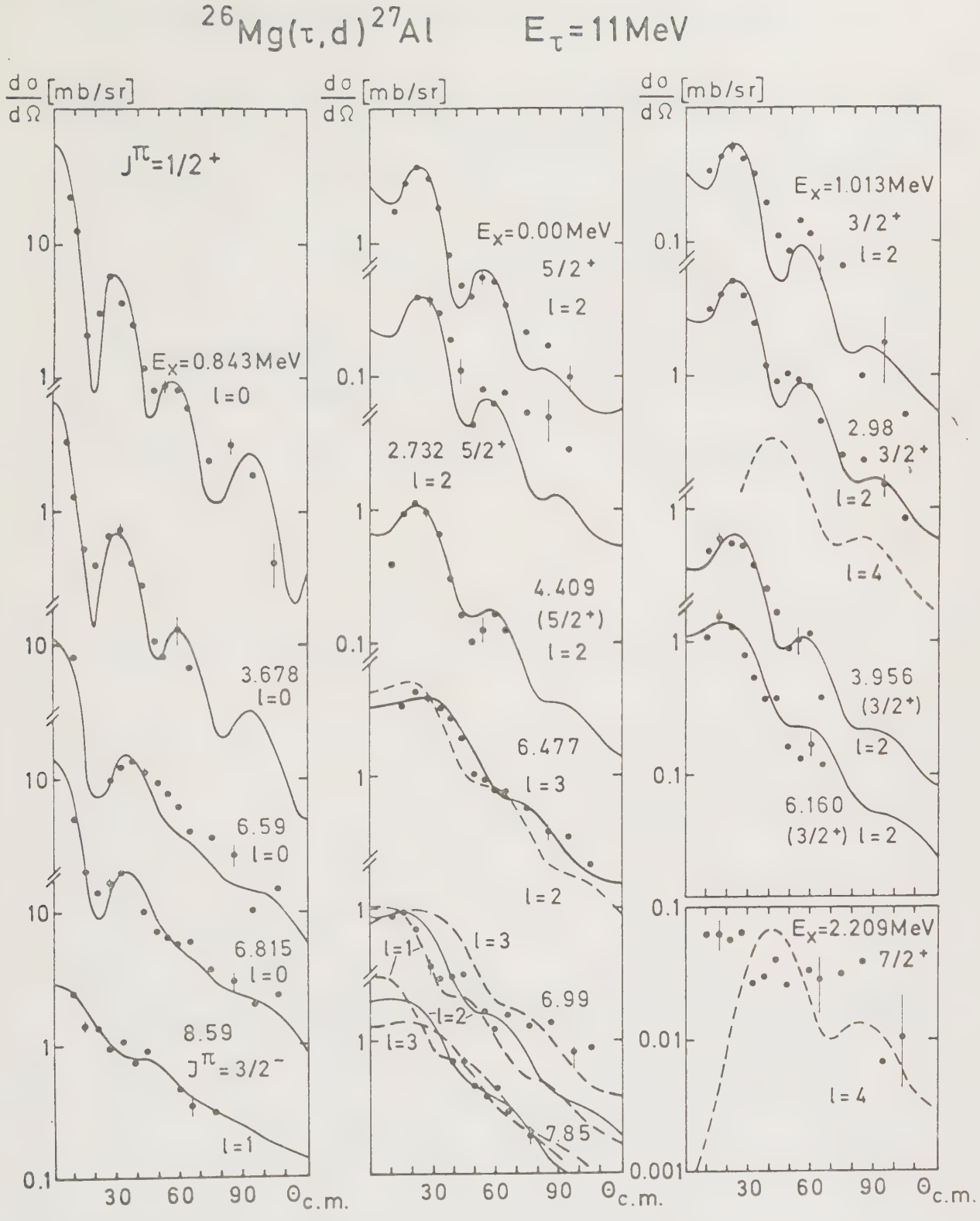
Figur 8: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$.

3.22 Die Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$

Die Winkelverteilungen der Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ zeigt die Figur 7. Die ausgezogenen Linien sind wieder Ergebnisse der DWBA-Rechnungen. Die Spins und Paritäten der Endkerne sind, soweit sie bekannt sind, eingezeichnet. Die Rechnungen für die Übergänge mit nicht eindeutigen ℓ-Werten sind gestrichelt gezeichnet. Bis auf einige Ausnahmen ist die Übereinstimmung mit der DWBA-Theorie gut. Für alle Niveaus, deren Spins und Paritäten bekannt sind, ist unsere Wahl von ℓ-Werten damit konsistent. Einige Besonderheiten werden im folgenden diskutiert.

Beim Übergang zum Zustand bei 2.209 MeV mit Spin $7/2^+$ hat die Winkelverteilung nicht die für direkte Reaktionen charakteristische Form. Der Zustand bei 3.000 MeV mit Spin $9/2^+$ ist energetisch nicht von dem bei 2.98 MeV mit Spin $3/2^+$ zu trennen. Der hierbei verhältnismäßig saubere $\ell = 2$ Übergang für den $3/2^+$ Zustand errichtet für den $9/2^+$ Übergang eine obere Schranke (siehe gestrichelte Linie, die einer Rechnung mit $\ell = 4$ entspricht). Der Zustand bei 6.477 MeV wird in der Literatur[10] mit 7/2, (5/2) angegeben. Die Winkelverteilung mit $\ell = 3$ liefert eindeutig die beste Anpassung, damit ist die Aussage $7/2^-$ (private Mitteilung von van der Leun) erhärtet. Für die Übergänge bei 6.99 MeV und 7.85 MeV können wir wegen der starken Ähnlichkeit der berechneten Winkelverteilungen für $\ell = 1, 2, 3$ keine Spins und Paritäten angeben. Unsere S-Werte sind versuchsweise für $J = \ell \pm 1/2$ ermittelt. Der S-Wert für den Übergang mit $\ell = 1$ zum Zustand bei 8.59 MeV ($3/2^-$) ist trotz der guten experimentellen Übereinstimmung unsicher, weil der Zustand um 300 keV ungebunden ist und die Rechnung daraufhin nur extrapoliert werden konnte. Die ermittelten spektroskopischen Faktoren werden im anschließenden Abschnitt 3.3 diskutiert.

Die Winkelverteilung der Reaktion $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ zeigt die Figur 8. Sie werden alle gut mit DWBA-Rechnungen für den Wert $\ell = 2$ wiedergegeben. Dies widerspricht der Interpretation von Joyse et al.[35], die für den Übergang bei 6.08 MeV einen Wert von $\ell = 0$ für erforderlich hielten.



Figur 7: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$

3.3 Spektroskopische Faktoren, Besetzungsstärken

Durch Vergleich der berechneten und experimentellen Winkelverteilungen im ersten Maximum erhält man die absoluten spektroskopischen Faktoren, wenn man für den Normierungsfaktor N geeignete Werte einsetzt. Wir haben nach Bassel[15] für die (τ,d)-Reaktion den Wert $N = 4.42$ verwendet. In der Literatur werden für die (τ,α)-Reaktion Werte von $N = 13 - 40$ angegeben, woraufhin wir für N keinen expliziten Wert benutzen, sondern die Größe $C^2 S N$ angeben. Sonst werden unsere aus den Messungen erhaltenen spektroskopischen Größen in der Form $C^2 S_{\ell j}$ bzw. $C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}$ in den Tabellen 1, 2 und 3 angegeben.

Tabelle 3: Spektroskopische Faktoren der Reaktion $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$

E_x (MeV)	J^π	T	ℓ	NC^2S (eig. Werte)	C^2S_{rel}	NC^2S 34)	C^2S_{rel}	C^2S_{rel} 35)
0.00	$5/2^+$	1/2	2	28	1.0	33	1.0	1.0
6.08	$(3/2,5/2)^+$	1/2	2	7.3	0.26			$\ell=0$ 0.33
7.82	$5/2^+$	3/2	2	15	0.54	16	0.48	0.81

Tabelle 1: Relative spektroskopische Faktoren S_{rel} der Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ im Vergleich mit dem Nilsson Modell und der speziellen Annahme von Ripka[1,21] (siehe Abschnitt 4.2).

					Nilssonbahnen Ωωα Deformation η															
E_x (MeV)	J^π	ℓ	exp.	Schal.	5/2(+)5	1/2(+)6					3/2(+)7					1/2(+)6				
						-4	-2	0	+2	+4	-4	-2	0	+2	+4	-4	-2	0	+2	+4
0.000	$5/2^+$	2	1	1	1											1	1	1	1	1
0.843	$1/2^+$	0	0.20			.56	.37	0	.16	.24						1.37	.60	0	.20	.34
1.013	$3/2^+$	2	(0.30)			.03	.01	0	.02	.06	.19	.04	0	.02	.04	.07	.02	0	.02	.09
2.209	$7/2^+$	(4)	<(0.19)																	
2.732	$5/2^+$	2	(0.06)			.41	.62	1	.82	.70	.81	.96	1	.98	.96					
2.98	$3/2^+$	2	<(0.25)																	

Tabelle 2: Spektroskopische Faktoren $C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}$ der Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ im Vergleich mit dem Schalen- und dem Nilsson-Modell. Normierungsfaktor N = 4.42

E_x (MeV)	J^π	ℓ	exp.	+)	Schal.	Deformation η = +2 Nilssonbahnen α 5	9	8	11	10/12/13/14	16/17
0.000	$5/2^+$	2	1.70		2	2					
0.843	$1/2^+$	0	0.88		1.33		0.87				
1.013	$3/2^+$	2	0.27				0.24				
2.209	$7/2^+$	(4)	-								
2.732	$5/2^+$	2	0.11				0.23				
2.98	$3/2^+$	2	1.79		2.67			(1.31)	(1.07)		
3.001	$9/2^+$	-	-								
3.678	$1/2^+$	0	0.07						(0.26)		
3.956	$(3/2^+)$	2	0.19								
4.052	$(1/2^-)$										
4.409	$(5/2^+)$	2	0.21								
6.16	$(3/2^+)$	2	0.29							(1.33)	
6.477	$7/2^-$	3	1.58							(1.32)	
6.59	$(1/2^+)$	0	0.27							(1.28)	
6.815	$1/2^+$ T=3/2	0	0.39	0.43	0.67		0.43			(1.21)	
6.99	$(1/2^-)$	1	(0.14)								
	$(3/2^-)$	1	(0.57)								
	$(3/2^+)$	2	(0.21)								
	$(5/2^+)$	2	(0.16)								
7.85	$(1/2^-)$	1	(0.13)								
	$(3/2^-)$	1	(0.55)								
	$(3/2^+)$	2	(0.59)	0.60	1.33			(0.66)	(0.54)		
	T=3/2										
	$(5/2^+)$	2	(0.45)								
	$(5/2^-)$	3	(0.14)								
	$(7/2^-)$	3	(0.23)								
8.59	$3/2^-$	1	0.54		2.67						(0.76) (0.67)

+) experimentelle Werte von Lacambra[26] aus der Reaktion $^{26}Mg(d,p)^{27}Al$

Für die Nilssonbahnen bedeuten $\Omega\omega\alpha$:

5/2(+)5 1/2(+)9 3/2(+)8 1/2(+)11 7/2(-)10 5/2(-)12
3/2(-)13 1/2(-)14 3/2(-)16 1/2(-)17

Zur speziellen Untersuchung der Target-Grundzustandswellenfunktionen werden nämlich von J. B. French und M. H. MacFarlane[16] Besetzungsstärken für Protonen und Neutronen definiert.

Pick-up-Reaktion: $$G_{\ell j}(T) = C^2 \sum_{\ell j} S_{\ell j}(T)$$

Stripping-Reaktion: $$\overline{G}_{\ell j}(T) = C^2 \sum_{\ell j} \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}(T)$$

Bei einigen Einteilchentransferreaktionen sind nach der Reaktion für den Isospin T_f zwei Werte erlaubt und zwar:

$$T_< = T_i - 1/2 \quad \text{und} \quad T_> = T_i + 1/2$$

Zur Übersicht sind im folgenden die einfachsten Einteilchenübertragsreaktionen in einer Tabelle[18] zusammengefaßt.

Stripping		Pick-up	
Neutronen	Protonen	Neutronen	Protonen
(d,p) (t,d) (α,τ)	(d,n) (τ,d) (α,t)	(p,d) (d,t) (τ,α)	(n,d) (d,τ) (t,α)
	Zwei Isospinwerte $T_<$ und $T_>$ erlaubt		

Nach den Summenregeln von MacFarlane und French[16] sind die Besetzungsstärken $G_{\ell j}$ bzw. $\overline{G}_{\ell j}$ mit den Besetzungszahlen der entsprechenden Schalenmodellzustände $|\ell j>$ im Targetkern+) verknüpft, und zwar wie in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

+) Die Überlegungen von MacFarlane und French[16] sind für Targetkerne mit $J_i = 0$ angestellt.

Stripping		Pick up	
$<\text{Neutronenlöcher}>_{\ell j}$	$<\text{Protonenlöcher}>_{\ell j}$	$<\text{Neutronen}>_{\ell j}$	$<\text{Protonen}>_{\ell j}$
$\sum_{\ell j} \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}(T_>)$	$\frac{2T_i}{2T_i+1}\sum_{\ell j} \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}(T_<)$	$\sum_{\ell j} S_{\ell j}(T_<)$	$\frac{2T_i+1}{2T_i+2}\sum_{\ell j} S_{\ell j}(T_>)$
	$+\frac{1}{2T_i+1}\sum_{\ell j} \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S_{\ell j}(T_>)$	$+\frac{1}{2T_i+2}\sum_{\ell j} S_{\ell j}(T_>)$	

Der Einfachheit wegen sind für die Stärken gleich die spektroskopischen Faktoren eingesetzt und die Clebsch-Gordon-Koeffizienten C^2 für die jeweiligen Fälle ausgerechnet. Die Resultate für die Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen bzw. der Löcher werden im Abschnitt 4.4 diskutiert.

3.4 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen anderer Arbeiten

3.41 Zur Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$

Der Protonen-Pick-up-Prozeß am ^{28}Si wurde außer in unserer (n,d)-Messung noch mit der analogen (d,τ)-Reaktion von Gove et al.[24] bei 16.1 MeV Einschußenergie und von Wildenthal et al.[25] bei 34.4 MeV durchgeführt (siehe Tabelle 4). Da nur Wildenthal absolute spektroskopische Faktoren angibt, vergleichen wir die relativen Werte. Innerhalb der Fehlergrenzen von 20 % stimmen die Zahlen recht gut überein. Die verschiedenen Methoden der Anpassung der DWBA-Theorie an die experimentellen Daten kann als Grund für Abweichungen angesehen werden, mit anderen Worten: die Schwankungen illustrieren die prinzipiellen Unsicherheiten der Methode.

Zur Übersicht wurden in Tabelle 4 außerdem noch die Ergebnisse aus den Neutronen-Pick-up-Messungen mit der Reaktion (p,d) von Jones[41] bei 27.6 MeV Einschußenergie und von Kozub[42] bei 33.6 MeV und der (τ,α)-Reaktion von Wildenthal[43] bei 10 MeV und Swenson[44] bei 15 MeV aufgeführt. Die verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Werte, ausgenommen die der (τ,α)-Reaktion[+], für die Spiegelkerne ^{27}Al und ^{27}Si besagt, daß die Teilchen-Loch Konfigurationen der Protonen und Neutronen im ^{28}Si ähnlich sein sollten.

Schalenmodellrechnungen mit Berücksichtigung aller möglichen Basiszustände mit beliebig viel Teilchen in der $d_{5/2}$ und $2s_{1/2}$ Schale sind von Wildenthal et al.[45] durchgeführt worden und die Ergebnisse ebenfalls in der Tabelle aufgezeichnet. Die Übereinstimmung mit den zugehörigen experimentellen Werten ist recht gut, doch muß deren Beschreibung unvollständig sein, wie der starke Pick-up von $d_{3/2}$-Teilchen zeigt.

+) Die (τ,α)-Reaktionen ergeben häufig schlechtere Übereinstimmung mit anderen spektroskopischen Daten, was man in unserem Fall eventuell auf 'Cluster'-Substitutionseffekte zurückführen kann.

Tabelle 4: Relative spektroskopische Faktoren S_{rel} für Pick-up-Reaktionen aus ^{28}Si

Literatur		43)	44)	41)	42)			eig.	24)	25)	45)
E_i (MeV)		10	15	27.6	33.6			21.3	16.1	34.4	
Reaktion		(τ,α)	(τ,α)	(p,d)	(p,d)			(n,d)	(d,τ)	(d,τ)	theor.
J^π	^{27}Si					J^π	^{27}Al				
$5/2^+$	0.00	1	1	1	1	$5/2^+$	0.000	1	1	1	1
$1/2^+$	0.78	0.35	0.14	0.30	0.19	$1/2^+$	0.843	0.20	0.25	0.13	0.22
$3/2^+$	0.95	0.25	0.13	0.17	0.10	$3/2^+$	1.013	(0.30)	0.24	0.15	
$7/2^+$	2.17					$7/2^+$	2.209	<(0.2)		⩽(0.1)	
$5/2^+$	2.65	0.65	0.26	0.11	0.14	$5/2^+$	2.732	⩽ 0.1	0.24	0.16	0.13
$3/2^+$	2.87		} 0.48	} 0.38	} 0.23	$3/2^+$	2.980	<(0.2)	⩽0.08	⩽ 0.1	
$9/2^+$	2.91					$9/2^+$	3.001	<(0.1)		⩽(0.16)	
						$1/2^+$	3.674			⩽ 0.005	0.015
					n=1 n=2					n=1 n=2	
$1/2^-$	4.12				(0.35) (0.06)	$1/2^-$	4.052			(0.48) (0.11)	
$(5/2^+)$	4.27				0.10	$5/2^+$	4.403			0.09	
$(3/2^-)$	5.23				(0.48) (0.08)	$(3/2^-)$	5.149			(0.32) (0.08)	

Für die unteren Zustände mit negativer Parität ist von den Autoren [42) 25)] die Hauptquantenzahl n variiert.

3.42 Zu den Reaktionen $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ und $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$

Zur Überprüfung und Erweiterung der Ergebnisse vergleichen wir auch für die Protonen-Stripping-Reaktionen am ^{26}Mg unsere relativen spektroskopischen Faktoren mit denen anderer Autoren. Alford et al.[30] haben ebenfalls mit der $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$-Reaktion bei einer Einschußenergie von 14 MeV Zustände bis zur Anregungsenergie von 4.5 MeV aufgesucht (siehe Tabelle 5). Bis auf den ℓ = 0-Übergang zum 0.843 MeV-Niveau stimmen unsere Stärken mit denen dieser Autoren ausgezeichnet überein. Die stärkere Abweichung dieses Wertes kann man damit erklären, daß sie bei diesem ℓ = 0-Übergang ihren Vergleich der experimentellen mit der gerechneten DWBA-Winkelverteilung erst im zweiten Maximum durchführen konnten, weshalb unser Wert wohl sicherer ist.

Auch A. G. Blair et al.[31] untersuchten bei 22 MeV Einschußenergie die gleiche Reaktion, doch war deren Energieauflösung schlechter als unsere, und sie ermittelten auch keine spektroskopischen Faktoren, so daß kein direkter Vergleich möglich ist.
Die analoge Reaktion $^{26}Mg(d,n)^{27}Al$ ist von Lawergren[32] bei einer Einschußenergie von 3 MeV durchgeführt worden. Die kleine Einschußenergie läßt im Wirkungsquerschnitt wahrscheinlich Compoundbeiträge zu, wodurch größere Abweichungen der spektroskopischen Faktoren zu erwarten waren. Dazum haben Bommer et al. in unserem Institut diese Reaktion bei 5.5 MeV kürzlich wiederholt; doch liegen die Ergebnisse noch nicht vor.
Schließlich wurde auch die analoge $^{26}Mg(\alpha,t)^{27}Al$-Reaktion von Dehnhard[33] untersucht, doch galt dessen Interesse speziell der J-Abhängigkeit der Reaktion, so daß sie nur den relativen spektroskopischen Faktor für den 2.212 MeV-Zustand mit S_{rel} = 0.06 angeben.

G. Bruge et al.[37] haben für die gleiche Reaktion nur relative Wirkungsquerschnitte gemessen, die ebenfalls in Tabelle 5 zusammengefaßt sind. Man erkennt lediglich, daß sie für

Tabelle 5: Relative spektroskopische Faktoren S_{rel} und relative Wirkungsquerschnitte aus den Protonen-Stripping-Reaktionen, die zum ^{27}Al führen.

Literatur			eig.	30)		32)	33)	37)
E_i (MeV)			11	14		3		
Reaktion			(τ,d)	(τ,d)		(d,n)	(α,t)	(α,t)
E_x (MeV)	J^π	ℓ	S_{rel}	S_{rel}		S_{rel}	S_{rel}	σ_{rel}
0.000	$5/2^+$	2	1	1		1	1	1
0.843	$1/2^+$	0	1.56	1.29		2.5		0.72
1.013	$3/2^+$	2	0.24	0.23		1.0		-
2.209	$7/2^+$		-	-		-	0.06	0.16
2.732	$5/2^+$	2	0.07	0.07		0.63		-
2.98	$3/2^+$	2	1.58	1.61		0.88		} 1.0
3.00	$9/2^+$		-	-		-		
3.678	$1/2^+$	0	0.12	0.08		0.25		-
3.956	$3/2^+$	2	0.17	0.25	ℓ=3	0.25		0.16
4.055	$1/2^-$	(1)	-	<0.01		-		
4.409	$5/2^+$	2	0.13	0.18	ℓ=1	0.075		
4.58	$(1/2^-)$	1				0.075		
5.752	$1/2^+$	0				0.05		
6.16	$(3/2^+)$	2	0.26					
6.477	$7/2^-$	3	0.70					
6.59	$(1/2^+)$	0	0.48					
6.815	$1/2^+$ T=3/2	0	1.34			1.5		

diejenigen Zustände große Wirkungsquerschnitte gemessen haben, für die wir auch große spektroskopische Faktoren erhalten.

Die Reaktion $^{26}Mg(\tau,\alpha)^{25}Mg$ ist außer von uns noch von den Autoren Dehnhard[34] bei 33 MeV Einschußenergie, Joyce et al.[35] bei 15 MeV und Filosofo[36] bei 5.5 MeV gemessen worden, jedoch

ermittelten letztere keine spektroskopischen Faktoren. Die absoluten und relativen spektroskopischen Faktoren sind in Tabelle 3 aufgeführt. Bei dem Vergleich muß man die allgemeine Unsicherheit bei (τ,α)-Reaktionen berücksichtigen.

4 Vergleich mit Kernmodellen

4.1 Einfaches Schalenmodell

Nach dem einfachen jj-Kopplungs-Schalenmodell erhält man für die spektroskopischen Faktoren C^2S der Grundzustandsübergänge in einer Schale j für Pick-up→ und Stripping ← die Sequenz[17]: +)

$$C^2S \quad (n \rightleftharpoons n-1) = n \qquad n \text{ gerade}$$

$$C^2S \quad (n \rightleftharpoons n-1) = 1 - \frac{n-1}{2j+1} \qquad n \text{ ungerade}$$

wobei n die Zahl der Nukleonen in der Schale j ist, und das übertragene Teilchen immer mitgezählt wird. In unseren speziellen Fällen erhalten wir für die Grundzustandsübergänge der $d_{5/2}$-Schale und für die Übergänge der angeregten Zustände in die leeren $2s_{1/2}$- und $1d_{3/2}$-Schalen die Werte:

(1) $^{28}Si(n,d)^{27}Al_{g.s.}$ $\quad 5/2^+ \longrightarrow C^2S = 6$

(2) $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{g.s}$ $\quad 5/2^+ \longrightarrow C^2S = \frac{1}{3} \longrightarrow C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1}S = 2$

(3) $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{0.84\ MeV}$ $\quad 1/2^+ \longrightarrow C^2S(T_<) = \frac{2}{3} \longrightarrow C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1}S(T_<) = \frac{4}{3}$

(4) $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{6.18\ MeV}$ $\quad 1/2^+ \longrightarrow C^2S(T_>) = \frac{1}{3} \longrightarrow C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1}S(T_>) = \frac{2}{3}$

(5) $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{1.01\ MeV}$ $\quad 3/2^+ \longrightarrow C^2S(T_<) = \frac{2}{3} \longrightarrow C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1}S(T_<) = \frac{8}{3}$

(6) $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{7.85\ MeV}$ $\quad 3/2^+ \longrightarrow C^2S(T_>) = \frac{1}{3} \longrightarrow C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1}S(T_>) = \frac{4}{3}$

+) Die Berechnung der spektroskopischen Faktoren führt auf die Berechnung von 'Fractional Parentage' Koeffizienten zurück.

Als Beispiel für Fall (2) wird der 'Fractional Parentage' Koeffizient in der Notation von Mac Farlane und Frenche[17] angegeben.

$$(2) \qquad C^2S = 5 < d^5_{5/2} \;\; 5/2 \;\; | d^4_{5/2} \;\; 0 >^2 = \frac{1}{3}$$

In den Tabellen 1 und 2 sind die spektroskopischen Faktoren nach dem jj-Kopplungsschalenmodell aufgeführt. Erreicht ein experimenteller Wert die Größenordnung dieses Schalenmodellwertes, so kann man annehmen, daß dieser Zustand im wesentlichen ein Zustand im Schalenmodell ist. Dies kommt aber sehr selten vor, denn die Einteilchenstärke teilt sich oft auf mehrere Niveaus auf. Der Kern ^{28}Si sollte nach dem einfachen Schalenmodell eine abgeschlossene $d_{5/2}$-Schale für die Protonen und Neutronen besitzen, während die $2s_{1/2}$- und $1d_{3/2}$-Schalen noch vollkommen leer sein sollten, das heißt der spektroskopische Faktor C^2S der Proton-Pick-up Reaktion für den $5/2^+$ Grundzustand vom ^{27}Al sollte 6 und die der angeregten $1/2^+$ und $3/2^+$ Zustände sollte Null sein. Das ist aber nicht der Fall. Zwar ist der Grundzustandsfaktor etwa fünfmal größer als alle anderen Faktoren, doch sind diese nicht verschwindend klein. So wird die Annahme nahegelegt, daß die $d_{5/2}$-Schale aufgeweicht ist, das heißt die 6 Protonen im ^{28}Si Grundzustand sind auch auf die $2s_{1/2}$- und $1d_{3/2}$-Schalen verteilt. Das Analoge kann man auf Grund von Neutronen-Pick-up-Ergebnissen auch für die Neutronen behaupten, was wir im Abschnitt 4.42 noch untersuchen werden.

Der Kern ^{26}Mg sollte nach dem Schalenmodell eine abgeschlossene $d_{5/2}$-Neutronenschale und 2 Löcher in der $d_{5/2}$-Protonenschale besitzen. Die spektroskopischen Faktoren der Proton-Stripping-Reaktion sind oben angegeben worden, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Übergänge in die leeren $2s_{1/2}$- und $1d_{3/2}$-Schalen auf die $T_< = 1/2$ und $T_> = 3/2$ Zustände aufspalten. Vergleicht man die experimentellen mit den Schalenmodellwerten, so erkennt man, daß die Zustände bei 0.00 MeV ($J^\pi = 5/2^+$, T = 1/2), 0.843 MeV ($1/2^+$, 1/2), 2.98 MeV ($3/2^+$, 1/2) und 6.815 MeV (1/2, 3/2) verhältnismäßig viel Einteilchenstärke besitzen. Die Möglichkeit, den Zustand bei

7.85 MeV ($J^\pi = 3/2^+$, $T = 3/2$) als zweiten Analogzustand zu betrachten, wird nahegelegt, durch die etwa gleiche Energiedifferenz von 0.984 MeV im Elternzustand ^{27}Mg und durch die Übereinstimmung der spektroskopischen Faktoren[26] der ^{26}Mg(d,p)^{27}Mg-Reaktion mit den hier vorliegenden bei vorgeschlagener Zuordnung der Zustände (siehe Tabelle 2).

Die Einteilchenstärken der Zustände mit negativer Parität bei 6.477 MeV ($7/2^-$) und 8.59 MeV ($3/2^-$) sind sehr gering, weil hier die energetisch wesentlich höher liegenden $1f_{7/2}$- und $2p_{3/2}$-Schalen bevölkert werden. Zusammenfassend stellen wir fest, daß das einfache Schalenmodell zwar als grobe Beschreibung des Kernes ^{27}Al herangezogen werden könnte, aber zahlreiche Details schon qualitativ nicht wiedergegeben werden, so daß kompliziertere Modelle ins Auge gefaßt werden müssen.

4.2 Nilsson Modell

Eine Erweiterung des einfachen Schalenmodells ist das von Nilsson vorgeschlagene Modell[19]. Es beruht auf der Annahme, daß die Eigenschaften eines Kernes nur durch die Bewegung eines Nukleons oder mehrerer Nukleonen in einem von einem permanent deformierten Rumpf erzeugten axialsymmetrischen Potential bestimmt werden. Das Nilsson Modell ist nichts anderes als ein Schalenmodell mit einem deformierten Potential. Der von Nilsson vorgeschlagene Hamilton Operator hat die Form:

$$H = H_o + C\, \vec{l} \cdot \vec{s} + D\, \vec{l}^2$$

wobei H_o der Hamilton Operator eines anisotropen harmonischen Oszillators ist

$$H_o = -\frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}^2 + \frac{M}{2} \sum_{i=1}^{3} \omega_i^2 x_i^2 \quad ,$$

$\vec{l} \cdot \vec{s}$ ein Term zur Berücksichtigung der Spin-Bahn-Wechselwir-

kung und ℓ^2 ein Term zur Beeinflussung der Niveaus mit großen ℓ Werten ist.
Die von der Deformation unabhängigen Parameter C und D sind so zu wählen, daß ein Spektrum mit Ergebnissen des Schalenmodells ermittelt vergleichbar wird. Den Deformationsparameter δ führt man wie folgt ein:

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 = \omega_o^2 \ (1 + \tfrac{2}{3}\delta)$$

$$\omega_3^2 = \omega_o^2 \ (1 - \tfrac{4}{3}\delta)$$

In neueren Arbeiten wird meist ein daraus gebildeter Parameter η verwendet:

Über die Volumenkonstanz: $\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \omega_3 = \overset{o}{\omega}{}_o^3$ const.

und mit $\overset{o}{\omega}_o = \omega_o \ (\delta = 0)$ und $\chi = \frac{1}{2} C/\hbar \overset{o}{\omega}_o$ gilt die Beziehung:

$$\eta = \frac{\delta}{\chi} \cdot \frac{\omega_o^{(\delta)}}{\overset{o}{\omega}_o} = \frac{\delta}{\chi} (1 - \tfrac{4}{3}\delta^2 - \tfrac{16}{27}\delta^3) - \tfrac{1}{6}$$

Nach Nilsson[19] ist $\chi = 0.05$. Den Parameter η haben wir variiert und das Ergebnis in den Tabellen angegeben.

Die Energie einer Rotationsbande ist gleich:

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\phi} \left\{ J\,(J+1) + a(-1)^{J+1/2}\,(J+1/2) \right\}$$

wobei ϕ das Trägheitsmoment und a der Entkopplungsfaktor ist.

Die Einteilchenwellenfunktionen $X_{\Omega\omega\alpha}$ des Operators H lassen sich entwickeln nach Eigenfunktionen $\Phi_{N\ell j\Omega}$ des kugelsymmetrischen Potentials von H_o

$$X_{\Omega\omega\alpha} = \sum_{N\ell j} c_{N\ell j}^{(\Omega\omega\alpha)} \ \Phi_{N\ell j\Omega}$$

wobei Ω die Projektion der Drehimpulse j auf die Symmetrieachse, ω die Parität und α die Energie und N die Hauptquantenzahl ist. Die Entwicklungskoeffizienten $c_{N\ell j}(\Omega\omega\alpha)$ genügen folgenden Summenregeln:

$$\sum_{N\ell j} c^2_{NLj}(\Omega\omega\alpha) = 1 \qquad \text{wobei } (\Omega\omega\alpha) = \text{const.}$$

$$\sum_{\Omega\omega\alpha} c^2_{N\ell j}(\Omega\omega\alpha) = 2j + 1 \qquad \text{wobei } (N\ell j) = \text{const.}$$

Die $c_{N\ell j}{}^2$ sind für die verschiedenen Deformationen η von Chi[20] berechnet worden. Es besteht nach Satchler[21] folgender Zusammenhang zwischen spektroskopischen Faktoren und den Koeffizienten $c_{N\ell j}{}^2$:

$$C^2 \frac{2J_f+1}{2J_i+1} S = g^2 \left(\begin{matrix} J_o & j \\ K_o & \Omega \end{matrix} \middle| \begin{matrix} J \\ K \end{matrix} \right)^2 \left| \langle \Phi_f | \Phi_i \rangle \right|^2 c_{N\ell j}{}^2(\Omega\omega\alpha)$$

wobei J_o, K_o das System mit kleinerer Nukleonenzahl bezeichnet und J, K das mit größerer; dann gilt die Gleichung für Stripping und Pick-up. Der Koeffizient g^2 ist gleich 2, falls beide Teilchen in einer Nilssonbahn sind, sonst, wie in unseren Fällen, ist $g^2 = 1$. Der Faktor $\langle \Phi_f | \Phi_i \rangle$ ist das Überlappintegral der Eingangs- und Ausgangsvibrationszustände. Für Kerne, die sich in ihrer Deformation wenig unterscheiden, ist der Faktor fast eins. Eine Änderung der Deformation um 10 % bewirkt eine Variation des Faktors von 0.9 bis 0.8. Unter obiger Annahme versuchen wir, unsere experimentellen spektroskopischen Faktoren mit den Ergebnissen des Nilsson Modells zu vergleichen (siehe Tabelle 1 und 2).

Man erkennt aus Tabelle 2, daß für eine positive Deformation von η = + 2 unsere experimentellen Ergebnisse der Stripping-Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ zumindest für die niederen Niveaus recht gut mit dem Nilsson Modell übereinstimmen.

Dies ist jedoch für die Pick-up-Reaktion $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ nicht der Fall (siehe Tabelle 1). Selbst wenn man nach Ripka[1.21] annimmt, der $5/2^+$-Grundzustand sei ein Mitglied der K = 1/2-Bande der Nilssonbahn 1/2(+)6, (hierbei hat der Entkopplungsfaktor a das richtige Vorzeichen um den $5/2^+$-Zustand energetisch abzusenken) erreicht man keine Übereinstimmung mit dem Experiment. So ist das Nilsson Modell für den Übergang vom ^{26}Mg zum ^{27}Al eine bessere Beschreibung als das Schalenmodell, es ist jedoch für den Übergang vom ^{28}Si zum ^{27}Al nicht geeignet.

4.3 Modell der schwachen Kopplung

Als eine andere Möglichkeit zur Beschreibung der Kernstruktur von ^{27}Al wurde von Evers et al.[1.6] das Modell der schwachen Kopplung (weak-coupling model) vorgeschlagen. Die Zustände im ^{27}Al werden in diesem Modell erhalten, indem man Einteilchen-Lochzustände schwach an den 0^+-Grundzustand und den ersten angeregten 2^+-Zustand vom ^{28}Si ankoppelt. Dies wird nahegelegt erstens durch die Ergebnisse der elastischen und inelastischen Streuung verschiedener Teilchensorten am ^{28}Si und ^{27}Al zum 2^+-Zustand vom ^{28}Si und zu den angeregten Zuständen vom ^{27}Al; zweitens durch Messungen von deren Lebensdauern, den elektromagnetischen Übergangswahrscheinlichkeiten und den Verzweigungsverhältnissen zwischen ihnen. Mit den üblichen Bezeichnungen der Modellwellenfunktionen $|J_c\ j, J>$, worin

J_c Drehimpuls des ^{28}Si-Rumpfes,
j Drehimpuls des Lochzustandes und
J Gesamtdrehimpuls des Systems bedeuten,

erhält man folgenden Ansatz:

$$\psi(5/2)_{g.s.} = A\,|0\ 5/2^{-1},\ 5/2\rangle + \sqrt{1 - A^2}\,|2\ 5/2^{-1},5/2\rangle$$
$$\psi(1/2)_{0.843} = |2\ 5/2^{-1},\ 1/2\rangle$$
$$\psi(3/2)_{1.013} = C\,|2\ 5/2^{-1},\ 3/2\rangle + \sqrt{1 - C^2}\,|0\ 3/2^{-1},3/2\rangle$$
$$\psi(7/2)_{2.209} = |2\ 5/2^{-1},\ 7/2\rangle$$
$$\psi(5/2)_{2.732} = A\,|2\ 5/2^{-1},\ 5/2\rangle - \sqrt{1 - A^2}\,|0\ 5/2^{-1},5/2\rangle$$
$$\psi(3/2)_{2.98} = C\,|0\ 3/2^{-1},\ 3/2\rangle - \sqrt{1 - C^2}\,|2\ 5/2^{-1},3/2\rangle$$
$$\psi(9/2)_{3.001} = |2\ 5/2^{-1},\ 9/2\rangle$$

Aus γ-Übergangswahrscheinlichkeiten erhalten Evers et al.[1.6)] für die Amplituden A und C die Werte:

$$A = 0.885 \qquad C = -0.922$$

Spielen bei der Protonen-Pick-up-Reaktion Zwischenstufenprozesse zum Beispiel über den angeregten 2^+-Zustand im ^{28}Si keine Rolle, dann gelten für die Verhältnisse der spektroskopischen Faktoren folgende Werte:

Literatur		1.6) γ- Überg.	eig. (n,d)	24) (d,τ)	25) (d,τ)	32) theor.	eig. (τ,d)
$\frac{C^2S_{g.s.}}{C^2S_{2.732}}$	$= \frac{A^2}{1 - A^2}$	3.54	20	4.2	6.3	3.2	15
$\frac{C^2S_{1.013}}{C^2S_{2.98}}$	$= \frac{1 - C^2}{C^2}$	0.176	1.2	3	1.5	1	0.15

Man erkennt, daß mit obiger einfacher Annahme keine Übereinstimmung der Ergebnisse aus Kernreaktionen und γ-Übergangswahrscheinlichkeiten herrscht. Ein ähnlicher Sachverhalt gilt auch für den Stripping-Übergang vom ^{26}Mg zum ^{27}Al. Hierzu lieferte Lawergren[32)] einige Vorhersagen, ohne allerdings seinen Ansatz näher zu spezifizieren. Offenbar stimmen diese Werte mit den Daten der Transferreaktion in keiner Weise überein. Verbesserungen zum Modell der schwachen Kopplung aufgrund anderer Ansätze existieren nicht.

4.4 Verfeinertes Schalenmodell mit Korrelationen

Im Abschnitt des einfachen Schalenmodells 4.1 wurde schon darauf hingewiesen, daß die Nukleonenschalen nicht exakt nach diesem Modell besetzt sind. Wir müssen mit mehr oder weniger starken Teilchen-Loch-Anregungen rechnen, was man auch als Mehrteilchenkorrelationen infolge der vom Pauschalpotential nicht erfaßten Restwechselwirkung bezeichnet. Die angeregten Teilchen bevölkern dabei die tiefsten freien Schalen, während die Löcher in den oberen besetzten Schalen auftreten. Aufgrund von Spinauswahlregeln kann man bei den direkten Einteilchentransferreaktionen aus dem spektroskopischen Faktoren Rückschlüsse auf die Besetzung der Nukleonenschalen im Targetgrundzustand ziehen und Ansätze für die Wellenfunktionen machen.

4.41 Grundzustand vom ^{26}Mg

Es wurden aus den Stripping-Übergangsstärken an ^{26}Mg mit Hilfe der Summenregeln Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen der 2s - 1d-Schale für den ^{26}Mg Grundzustand ermittelt. Die Tabelle 6 zeigt, daß sowohl die Protonen- als auch die Neutronenschalen, abweichend vom einfachen Schalenmodell, aufgeweicht sind.

Tabelle 6: Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen im ^{26}Mg Grundzustand

Teilchen	Schalenm.	Alford[30]	eigene W.	Lawergren[32]
$\langle p\rangle_{d_{5/2}}$	4	3.5	3.79	3.48
$\langle p\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.5	0.1	0.01
$\langle p\rangle_{d_{3/2}}$	0	0	0.11	0.51
$\langle n\rangle_{d_{5/2}}$	6	5.0	5.0	
$\langle n\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.5	0.3	0.44 [38]
$\langle n\rangle_{d_{3/2}}$	0	0.5	0.7	

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei der Bildung der Stärke $G_n(T_<)$ einige wesentliche Niveaus nicht mitgenommen wurden, kann in Anbetracht der experimentellen α-Teilchen-Spektren, in denen nur die behandelten Linien vorkommen, ausgeschlossen werden. Es bleibt als Erklärung nur die Aussage, daß die (τ,α)-Reaktionen prinzipiell unsichere spektroskopische Faktoren liefern.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß der Anteil von Mehrteilchen-Mehrloch Anregungen im Grundzustand vom ^{26}Mg kleiner als 10 % ist.

4.42 Grundzustand vom ^{28}Si

Im folgenden untersuchen wir den Grundzustand des Ausgangskernes ^{28}Si. Aus den spektroskopischen Faktoren der Tabelle 4 und denen der Protonen- und Neutronen-Stripping-Reaktionen vom ^{28}Si zum ^{29}P bzw. ^{29}Si, die von verschiedenen Autoren bei den verschiedensten Einschußenergien durchgeführt wurden, sind mit Hilfe der in Abschnitt 3.3 angegebenen Besetzungsstärken die Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen im Grundzustand vom ^{28}Si ermittelt. Aus der Tabelle 7 ersieht man, daß die Mehrteilchen-Mehrloch Konfigurationen im ^{28}Si viel stärker beteiligt sind als im ^{26}Mg.

Tabelle 7: Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen vom ^{28}Si Grundzustand

Literatur	Schal.	eig.	24)	25)	46)	47)	48)	49)	
Reaktion			(n,d)	(d,τ)	(d,n)	(d,n)	(d,n)	(τ,d)	
Teilchen									gemittelt
$\langle p\rangle_{d_{5/2}}$	6	4.20	4.26	4.80	4.5	5.1	5.3	5.2	4.8
$\langle p\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.78	0.90	0.54	0.7	0.3	0.2	0	0.5
$\langle p\rangle_{d_{3/2}}$	0	1.02	0.84	0.66	0.8	0.6	0.5	0.8	0.7

Literatur	Schal.	41)	42)	43)	44)	50)	38)
Reaktion		(p,d)	(p,d)	(τ,α)	(τ,α)	(d,p)	(d,p)
Teilchen							
$\langle n\rangle_{d_{5/2}}$	6	3.42	4.2	4.38	3.78	4.3	
$\langle n\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.90	0.7	0.96	0.42	0.8	1.25
$\langle n\rangle_{d_{3/2}}$	0	1.68	1.1	0.66	1.80	0.9	

Im Abschnitt 4.44 wird eine Abschätzung des Anteils der reinen Schalenmodellzustände in den Grundzuständen durchgeführt.

4.43 Grundzustand von ^{27}Al

Lawergren [38] hat in einer systematischen experimentellen Untersuchung der Neutronenlöcher in der $2s_{1/2}$-Schale von A = 16 bis A = 36 gezeigt, daß die Neutronenbesetzung dieser Schale nicht scharf beim ^{28}Si einsetzt und beim ^{32}S aufhört, sondern noch über leichtere und schwerere Kerne verteilt ist. So wird man auch für den ^{27}Al Grundzustand Teilchen-Loch Anregungen annehmen müssen.
Stripping- und Pick-up-Reaktionen am ^{27}Al sind getrennt von einigen Gruppen untersucht worden, zum Beispiel auch in unserem Institut, nämlich die $^{27}Al(d,n)^{28}Si$-Reaktion von Fuchs et al.[2] Kürzlich hat Martin[40] gleichzeitig die $^{27}Al(\tau,d)^{28}Si$ und $^{27}Al(\tau,\alpha)^{26}Al$ Reaktionen gemessen und Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen in der 2s - 1d Schale angegeben, wobei aber die $d_{5/2}$- und $d_{3/2}$-Zustände wegen der schlechten Unterscheidung als Summe berechnet werden (siehe Tabelle 8). Auch die von verschiedenen Gruppen gemessenen analogen Stripping- und Pick-up-Reaktionen liefern $2s_{1/2}$-Besetzungszahlen von ungefähr 0.5 für den Grundzustand vom ^{27}Al. Man erkennt also, daß auch der Kern ^{27}Al im Grundzustand Teilchen-Loch-Konfigurationen besitzt.

Tabelle 8: Besetzungszahlen der Protonen und Neutronen im ^{27}Al Grundzustand

Teilchen	Schalenm.	Martin[40]	Löcher	Martin[40]	Fuchs[29]
$\langle p\rangle_{d_{5/2}+d_{3/2}}$	5	3.94	$6-\langle pl\rangle_{d_{5/2}}$	3.98	5.39
			$4-\langle pl\rangle_{d_{3/2}}$	0.75	1.98
$\langle p\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.40	$2-\langle pl\rangle_{2s_{1/2}}$	0.48	0.89
$\langle n\rangle_{d_{5/2}+d_{3/2}}$	6	5.44	$6-\langle nl\rangle_{d_{5/2}}$	4.41	-
			$4-\langle nl\rangle_{d_{3/2}}$	1.65	2.08
$\langle n\rangle_{2s_{1/2}}$	0	0.65	$2-\langle nl\rangle_{2s_{1/2}}$	1.23	1.0

Die Werte dieser Tabelle sind nicht auf dieSchalenmodellwerte normiert.

4.44 Ansatz für die Wellenfunktionen der Grundzustände

Wir machen jetzt nach MacFarlane[17] einen Ansatz für die Wellenfunktionen der drei Kerne ^{28}Si, ^{27}Al und ^{26}Mg.

$$|^{28}Si, T=0, J=0\rangle_{00} = \alpha_1 |d_{\frac{5}{2}}^{12}\rangle_{00} + \alpha_2 |(d_{\frac{5}{2}}^{10})_{0J}\, a_2\, (j^2)_{0J}\rangle_{00}$$

$$+ \alpha_3 |(d_{\frac{5}{2}}^{10})_{1J}\, a_3\, (j^2)_{1J}\rangle_{00} + \alpha_4 |(d_{\frac{5}{2}}^{8})_{00}\, a_4\, (j^4)_{00}\rangle_{00}$$

$$|^{27}Al, T=\tfrac{1}{2}, J=\tfrac{5}{2}\rangle_{\frac{15}{22}} = \beta_1 |d_{\frac{5}{2}}^{11}\rangle_{\frac{15}{22}} + \beta_2 |(d_{\frac{5}{2}}^{9})_{\frac{1}{2}J_1}\, b_2\, (j^2)_{0J}\rangle_{\frac{15}{22}}$$

$$+ \beta_3 |(d_{\frac{5}{2}}^{9})_{\frac{1}{2}J_1}\, b_3\, (j^2)_{1J}\rangle_{\frac{15}{22}} + \beta_4 |(d_{\frac{5}{2}}^{7})_{\frac{15}{22}}\, b_4\, (j^4)_{00}\rangle_{\frac{15}{22}}$$

(wobei $J + \frac{5}{2} \leqslant J_1 \leqslant |J - \frac{5}{2}|$)

$$|^{26}Mg, T=1, J=0\rangle_{10} = \gamma_1 |d_{\frac{5}{2}}^{10}\rangle_{10}$$

$$+ \gamma_3 |(d_{\frac{5}{2}}^{8})_{1J}\, c_3\, (j^2)_{1J}\rangle_{10} + \gamma_4 |(d_{\frac{5}{2}}^{6})_{10}\, c_4\, (j^4)_{00}\rangle_{10}$$

Hierbei gilt jeweils im 2. Term für $j = 2s_{1/2} \longrightarrow J = 1$
$j = 1d_{3/2} \longrightarrow J = 1,3$

3. Term für $j = 2s_{1/2} \longrightarrow J = 0$
$j = 1d_{3/2} \longrightarrow J = 0,2$

4. Term $j = 2s_{1/2}$ oder $j = 1d_{3/2}$

Die a_i, b_i und c_i sind dabei Linearkombinationen der Ausdrücke $(j^2)_{TJ}$. Kennt man diese Kombinationen, so kann man die Überlappfaktoren $\langle a_i | b_i \rangle$ und damit das Überlappintegral berechnen und daraus dann den spektroskopischen Faktor ermitteln. Leider enthält obiger einfacher Ansatz für einen Kern schon zu viele Koeffizienten, so daß man mit Hilfe der drei bzw. sechs Besetzungszahlen keine Aussagen über die Amplituden erhält.
Wir machen deshalb für die betrachteten Kerne folgende einfache Annahmen:

1) Wir betrachten zunächst nur die Protonen.
2) Wir vernachlässigen 4 Teilchen-4 Loch Anregungen, das heißt die Koeffizienten α_4, β_4, $\gamma_4 = 0$.
3) Wir koppeln zwei Nukleonen mit gleichem j nur zu $J = 0$, das heißt α_2, $\beta_2 = 0$, was auch das 'Seniority'-Schema verlangt.

Vorläufige Rechnungen von Alford (priv. Mitteilungen) mit der 2s - 1d Schale als Basis rechtfertigen die Annahmen 2) und 3). Mit den gemittelten Besetzungszahlen der Tabelle 7 erhalten wir nach kurzer Rechnung, die wir im Anhang 6.2 andeuten, für den Kern ^{28}Si:

$$\left|{}^{28}\mathrm{Si}\right\rangle_{J=0} = \sqrt{.4}\left|d_{\frac{5}{2}}^{6}\right\rangle_0 + \sqrt{.25}\left|(d_{\frac{5}{2}}^{4})_0(2s_{\frac{1}{2}}^{2})_0\right\rangle_0 + \sqrt{.35}\left|(d_{\frac{5}{2}}^{4})_0(d_{\frac{3}{2}}^{2})_0\right\rangle_0$$

Mit obiger Annahme besitzt der ^{28}Si-Grundzustand für die Protonen nur zu 40 % eine reine Schalenmodell-Konfiguration. Aus unseren Protonen-Stripping-Daten vom ^{26}Mg erhalten wir in ähnlicher Weise (siehe Anhang 6.2):

$$\left|{}^{26}\mathrm{Mg}\right\rangle_{J=0} = \sqrt{.90}\left|d_{\frac{5}{2}}^{4}\right\rangle_0 + \sqrt{.05}\left|(d_{\frac{5}{2}}^{2})_0(2s_{\frac{1}{2}}^{2})_0\right\rangle_0 + \sqrt{.05}\left|(d_{\frac{5}{2}}^{2})_0(d_{\frac{3}{2}}^{2})_0\right\rangle_0$$

Hieraus ersieht man, daß der ^{26}Mg Grundzustand für die Protonen ein fast reiner Schalenmodellzustand ist, mit nur sehr geringen Teilchen-Loch-Beimischungen. Vernachlässigen wir einmal diese Beimischungen, so erhalten wir aus dem experimentellen spektroskopischen Faktor C^2S der Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al_{g.s.}$ den Koeffizienten β_1 der Komponente $|d^{11}_{5/2}>_{5/2}$ in der Grundzustandswellenfunktion vom ^{27}Al (siehe Anhang 6.2):

$$\left|{}^{27}Al\right>_{J=\frac{5}{2}} = \sqrt{.94}\ \left|d^5_{\frac{5}{2}}\right>_{\frac{5}{2}} + \sqrt{.06}\ \left|(d^3_{\frac{5}{2}})_{\frac{5}{2}}\ b_3\ (j^2)_0\right>_{\frac{5}{2}}$$

Der ^{27}Al-Grundzustand besitzt damit zu 94 % eine reine Schalenmodell-Konfiguration für die Protonen.

4.45 Angeregte Zustände von ^{27}Al

Die großen spektroskopischen Faktoren bei der Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ zu den Zuständen bei 0.843 MeV, 2.98 MeV und 6.815 MeV zeichnen diese als Zustände mit überwiegender Einteilchen-Komponente aus. Wir setzen dafür folgende Wellenfunktionen an:

$$\left|{}^{27}Al_{0.843\ MeV}\right>_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \sqrt{.73}\ \left|(d^4_{\frac{5}{2}})_{10}(2s_{\frac{1}{2}})\right>_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} + \ldots$$

$$\left|{}^{27}Al_{2.98\ \ MeV}\right>_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} = \sqrt{.75}\ \left|(d^4_{\frac{5}{2}})_{10}(d_{\frac{3}{2}})\right>_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} + \ldots$$

$$\left|{}^{27}Al_{6.815\ MeV}\right>_{\frac{3}{2}\frac{1}{2}} = \sqrt{.65}\ \left|(d^4_{\frac{5}{2}})_{10}(2s_{\frac{1}{2}})\right>_{\frac{3}{2}\frac{1}{2}} + \ldots,$$

wobei die Berechnung der Amplituden im Anhang 6.2 angedeutet wird. Natürlich werden nicht die vollen Einteilchenstärken in diesen Zuständen enthalten sein, doch vergleicht man sie mit den verbleibenden spektroskopischen Faktoren, so kann man sagen, daß sie zu mehr als 60 % in diesen enthalten sind.

Betrachten wir jetzt die Protonen-Pick-up-Reaktionen aus dem ^{28}Si zum ^{27}Al, so müssen wir feststellen, daß der $3/2^+$-Zustand bei 1.013 MeV stärker bevölkert wird als der von uns angenommene Einteilchenzustand bei 2.98 MeV. Wir vermuten zwei Hauptursachen für diese Diskrepanz:

1) Möglicherweise war unsere Annahme 3) bei der Berechnung der Amplituden zu scharf. Im Grundzustand vom ^{28}Si ist also der Term

$$\alpha_2 \left| (d_{\frac{5}{2}}^4)_{0J}\ a_2\ (d_{\frac{3}{2}}^2)_{0J} \right\rangle_{00}$$

mitzunehmen, womit man für den angeregten Zustand im ^{27}Al ansetzen kann:

$$\left| {}^{27}Al_{1.013\ MeV} \right\rangle_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} = \beta_2 \left| (d_{\frac{5}{2}}^4)_{0J} (d_{\frac{3}{2}})_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} \right\rangle_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}$$

2) Möglicherweise war aber auch unsere Annahme 2) zu weitgehend, das heißt wir müssen 4 Teilchen-4 Loch Anregungen im ^{28}Si mitnehmen, womit für den ^{27}Al-Zustand folgende Funktion anzusetzen ist:

$$\left| {}^{27}Al_{1.013\ MeV} \right\rangle_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} = \beta_4 \left| (d_{\frac{5}{2}}^8)_{00} (d_{\frac{3}{2}}^3)_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} \right\rangle_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}$$

Die Möglichkeit, daß beide Ansätze zu mischen sind, ist aber auch nicht auszuschließen. Inwieweit diese Ansätze gerechtfertigt sind, müßten Untersuchungen mit T = 0 Targets zeigen, zum Beispiel ^{26}Al, und andererseits auch der Vergleich mit 2- und 3-Teilchen-Transferreaktionen.

5 Zusammenfassende Diskussion

Es hat sich in dieser Arbeit gezeigt, daß sich die Übergangsstärken der Stripping-Reaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$ beschreiben lassen, wenn man den Kern ^{27}Al als permanent positiv deformiert annimmt. Das letzte äußere Proton bewegt sich auf einer Nilssonbahn und ist stark an den ^{26}Mg-Rumpf gekoppelt. Diese Deformation ist von demselben Typ, wie bei den leichten Kernen Na und Mg, jedoch mit etwas geringerem Deformationsparameter η. Ein weiteres Ergebnis dieser Arbeit ist, daß zwischen den Kernen ^{27}Al und ^{28}Si keinerlei Verwandtschaft besteht, derart, daß ^{27}Al als Protonen-Loch-Zustand beschrieben werden kann, der schwach oder stark an einen permanent deformierten oder vibrierenden ^{28}Si-Rumpf angekoppelt ist. Derselbe Befund ergab sich auch aus der kürzlich erfolgten Untersuchung der Reaktion $^{27}Al(d,n)^{28}Si$ von Fuchs et al.[29].

Da man andererseits weiß, daß ^{29}P und schwerere Kerne oblat deformiert sind, liegt der Schluß nahe, daß das Vorzeichen der Gleichgewichtsdeformation sich oberhalb von ^{27}Al ändert, wobei offen bleibt, ob ^{28}Si selbst schon oblat oder ein Vibrationskern ist.

Dieser an sich befriedigenden Darstellung der struktuellen Trends in der Mitte der 2s - 1d Schale stehen eine Reihe von Befunden gegenüber, die als Stützen des Modells der schwachen Kopplung aufgefaßt werden. Es handelt sich um die Beschreibung der Energie von angeregten Zuständen, der Eigenschaften von γ-Übergängen zwischen ihnen und ihren Anregungen in der inelastischen Streuung. Diese Phänomene werden konsistent durch das Modell von Evers et al.[1.6] beschrieben. Hierzu ist festzustellen:
Die Lage der Energieniveaus im ^{27}Al ist mit Hilfe des Modells der schwachen Kopplung recht gut wiedergegeben[1.7], doch zeigten Sood und Davison[1.14], daß man mit starker Kopplung, sofern etwas Bandenmischung zugelassen wird, die Lage der Energieniveaus ähnlich gut anpassen kann.

Die γ-Übergangswahrscheinlichkeiten stimmen nach Evers[1.6)] gut mit dem Modell der schwachen Kopplung überein, doch kann man nach Ophel[1.2)] auch mit dem Modell der starken Kopplung und Bandenmischung eine qualitative Beschreibung erhalten. Zu erwähnen ist, daß Smulders et al.[1.20)] den Zustand bei 4.509 MeV im ^{27}Al als viertes Mitglied der $5/2^+$-Grundzustandsbande mit Spin $11/2^+$ identifiziert haben.

Die elastische und inelastische Streuung am ^{27}Al sind die Hauptstützen für die Annahme der schwachen Kopplung. Die Streuungen sind von den verschiedensten Autoren mit den unterschiedlichsten Teilchensorten am ^{27}Al durchgeführt worden, insbesondere natürlich mit Protonen (siehe Literatur unter [1)]). Jedoch berichtete Blair[52)], daß man auch hier mit Wellenfunktionen der starken Kopplung und Bandenmischung ähnliche Ergebnisse erhält, wie mit der schwachen Kopplung. Wir stellen hierzu abschließend fest, daß die Ergebnisse der Messungen der Anregungsenergie, der γ-Übergangswahrscheinlichkeiten und der inelastischen Streuung nicht eindeutig zwischen schwachem und starkem Kopplungsmodell unterscheiden.

Umgekehrt ist zu untersuchen, inwieweit die Ergebnisse der Transferreaktionen unter Zuhilfenahme weiterer Annahmen auch im Rahmen des Modells der schwachen Kopplung reproduziert werden können. Eine solche Erklärung müßte vor allem Gründe für die Diskrepanz zwischen der einfachen Theorie und den Experimenten bei den Pick-up-Reaktionen am ^{28}Si liefern. Andererseits müßten dann die guten Übereinstimmungen zwischen den Ergebnissen der Reaktion ^{26}Mg(τ,d)^{27}Al und den Vorhersagen des Modells der starken Kopplung als zufällig angesehen werden.[+)]

Zur Erklärung der Pick-up-Daten ergeben sich zwei Möglichkeiten: Man kann erstens einen komplizierteren Reaktionsmechanismus als den einfachen direkten annehmen oder man kann zweitens eine

---

+) Die Vorhersagen Lawergrens[32)] für die Stripping-Daten aufgrund eines Modells schwacher Kopplung sind jedenfalls im krassen Widerspruch zum Experiment.

weitere Basis für die Wellenfunktionen im Modell der schwachen Kopplung machen.
Zur ersten Möglichkeit muß man bei der Bildung der beiden $3/2^+$-Zustände im ^{27}Al für die direkte - und die Zweistufenübergangsamplitude die gleiche Größenordnung annehmen. Die Interferenz zwischen beiden sollte dann für die beiden Übergänge entgegengesetzt wirken. Diese Erklärung ist aber nicht sehr zufriedenstellend, denn theoretische Untersuchungen von Levin[27] und Iano[28] zeigen, daß die Zweistufenübergangsamplitude unter anderem klein gegenüber der direkten Übergangsamplitude ist, und daher nicht so starke Übergänge erzeugen kann, wie wir sie beobachtet haben. Daher scheint diese Erklärung auszuscheiden.
Die zweite Möglichkeit ist zu versuchen, das Modell der schwachen Kopplung an die Pick-up-Ergebnisse anzupassen, indem man noch zusätzlich ein $2s_{1/2}$-Loch an die 0^+ und 2^+-Zustände im ^{28}Si ankoppelt. Die kritischen $\ell = 0$ Übergänge in den $^{28}Si(n,d)^{27}Al$ und $^{27}Al(d,n)^{28}Si$-Reaktionen[29] sind dann normale direkte Übergänge. Doch schon die Konstruktion eines $1d_{3/2}$-Loches ist schwierig, weit mehr noch die eines $2s_{1/2}$-Loches. Aufgrund der Besetzungszahlen befindet sich im Durchschnitt höchstens ein Proton in der $2s_{1/2}$-Schale im ^{28}Si Grundzustand. Seine Entfernung stört sicherlich die Grundzustandskorrelation beträchtlich, was aber der Grundannahme des Modells der schwachen Kopplung widerspricht.

Vereinfacht zusammengefaßt läßt sich also sagen:
Das Modell der starken Kopplung für ^{27}Al wird sehr gestützt durch die Transferreaktion $^{26}Mg(\tau,d)^{27}Al$; es ist nicht im Widerspruch zu den Transferdaten zwischen ^{27}Al und ^{28}Si und scheint, wenn auch unter Einbeziehung von Bandenmischung, die übrigen Daten der elektromagnetischen Übergänge und der inelastischen Streuung erklären zu können. Genauere quantitative Rechnungen zu letzterem sind allerdings noch nicht vorhanden.

Das Modell der schwachen Kopplung erklärt zwar sehr gut die letzteren Daten, ist aber im schwereren Widerspruch zu den Transferdaten zwischen ^{27}Al und ^{28}Si. Somit scheint eine Diskussionsbemerkung Mottelsons[51] auf der Gatlinburg-Konferenz

bestätigt, in der er die direkten Einteilchentransferreaktionen als die entscheidenden Experimente bezeichnete, um die Frage der Kopplungsstärke im ^{27}Al zu erklären.

Wenn also das experimentelle Material insgesamt im wesentlichen für eine approximative Beschreibung im Sinne des Modells der starken Kopplung zu sprechen scheint, ist andererseits doch darauf hinzuweisen, daß sicher für genaue Reproduktion aller Phänomene ein so einfaches Modell nicht ausreicht. Es ist zu hoffen, daß Schalenmodellrechnungen, wie sie von Wildenthal und Mitarbeitern[45] bei beschränkter Basis ($d_{5/2}$ und $2s_{1/2}$) durchgeführt wurden, bei vollständiger 2s - 1d Basis auch eine vollständige Beschreibung ermöglichen werden. Die im Abschnitt 4.4 gewonnenen Informationen über die Koeffizienten möglicher Komponenten können dabei als weitere Hinweise dienen. Für ein anschauliches Verständnis der Kernstruktur wäre mit solchen Rechnungen freilich auch wenig gewonnen; auf ein solches intuitives Verständnis muß hier in der Mitte der sd-Schale, im Übergangsgebiet zwischen dem Bereich prolater und oblater Deformation, wahrscheinlich verzichtet werden.

6 Anhang

6.1 Die Reaktion $^{28}Si(n,d_o)^{27}Al$ mit polarisierten Neutronen

Wir sehen uns noch einmal die Figur 1 an. Betrachten wir Neutronen, die nicht unter Null Grad, sondern zum Beispiel unter 20° zur Deuteronenflugrichtung das Target T verlassen, so sind diese polarisiert, haben aber eine geringere Energie. Um unter diesem Winkel von 20°, unter dem wir den Detektor D_1 aufgestellt hatten, die gleiche Neutronenenergie von E_n = 21.3 MeV zu erhalten wie bei der Messung der Winkelverteilung (3.21), wurde die Deuteronenenergie auf 5.5 MeV erhöht. Der Polarisationsgrad der Neutronen unter 20° ist der Arbeit von Busse[4] zu entnehmen. Er beträgt etwa 20 %. Die Analysierkraft A(0) der Reaktion $^{28}Si(n,d_o)^{27}Al_{g.s.}$ wurde mit der Methode der Rechts-Links-Anisotropie ermittelt, die ausführlich ebenfalls bei Busse[4] beschrieben ist. Die gemessene Analysierkraft A(0) ist unter der Winkelverteilung in Figur 5 eingezeichnet. Die ausgezogene Linie ist das Ergebnis der DWBA-Theorie. Ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment erscheint wegen der schlechteren Statistik verfrüht.

Wir können aber unsere Ergebnisse für die Analysierkraft mit einer Arbeit von N. S. Chant[6] vergleichen, der die Reaktion $^{28}Si(p,d)^{27}Si$ mit polarisierten Protonen durchführte. Die Formen der Winkelverteilungen sehen sehr ähnlich aus und auch der Gang der Analysierkraft mit dem Winkel verläuft in beiden Reaktionen etwa parallel. Untersuchungen mit polarisierten Neutronen mit verbesserter Zähler-Statistik sind geplant.

6.2 Berechnung einiger Amplituden

Aus den gemittelten Protonen-Besetzungszahlen der Tabelle 7 für den ^{28}Si-Grundzustand erhalten wir für die Amplituden der Wellenfunktionen folgende Gleichungen:

$$\langle p\rangle_{d_{5/2}} = 4.8 = 6\,\alpha_1^2 + 4\,\alpha_3^2(2s_{1/2}) + 4\,\alpha_3^2(d_{3/2})$$

$$\langle p\rangle_{2s_{1/2}} = 0.5 = 2\,\alpha_3^2(2s_{1/2})$$

$$\langle p\rangle_{d_{3/2}} = 0.7 = 2\,\alpha_3^2(d_{3/2})$$

Daraus ergeben sich die Werte:

$$\alpha_1 = \sqrt{0.4} \qquad \alpha_3(2s_{1/2}) = \sqrt{0.25} \qquad \alpha_3(d_{3/2}) = \sqrt{0.35}$$

Unsere Besetzungszahlen für die Protonenlöcher für den ^{26}Mg-Grundzustand aus Tabelle 6 ergeben ähnliche Gleichungen für die Amplituden der ^{26}Mg-Grundzustandswellenfunktion:

$$\langle p1\rangle_{d_{5/2}} = 2.21 = 2\,\gamma_1^2 + 4\,\gamma_3^2(2s_{1/2}) + 4\gamma_3^2(d_{3/2})$$

$$\langle p1\rangle_{2s_{1/2}} = 1.90 = 2\,\gamma_1^2 + 2\gamma_3^2(d_{3/2})$$

$$\langle p1\rangle_{d_{3/2}} = 3.89 = 4\,\gamma_1^2 + 4\,\gamma_3^2(2s_{1/2}) + 2\gamma_3^2(d_{3/2})$$

Daraus ergeben sich die Werte:

$$\gamma_1 = \sqrt{0{,}90} \qquad \gamma_3(2s_{1/2}) = \sqrt{0.05} \qquad \gamma_3(d_{3/2}) = \sqrt{0.05}$$

Die Amplituden der ^{27}Al-Wellenfunktionen erhalten wir aus den gemessenen spektroskopischen Faktoren:

Grundzustand: $\frac{2J_f+1}{2J_i+1} C^2S(d_{5/2}) = 1.7$

$$C^2S(d_{5/2}) = 5\beta_1^2 \cdot \gamma_1^2 \langle d^5_{\frac{5}{2}}\ \tfrac{5}{2} \,|\, d^4_{\frac{5}{2}} 0 \rangle^2$$

$$\beta_1 = \sqrt{0.94}$$

Für die angeregten Zustände sind die 'fractional parentage'-Koeffizienten gleich eins, so daß die spektroskopischen Faktoren gleich dem Produkt der Amplituden sind.

Zustand bei 0.843 MeV:

$$\frac{2J_f+1}{2J_i+1} C^2S = 0.88 \qquad C^2S(T_<) = 2/3 \cdot \beta_3^2(2s_{1/2},T_<) \cdot \gamma_1^2$$

$$\beta_3(2s_{1/2},T_<) = \sqrt{0.73}$$

Zustand bei 2.98 MeV:

$$\frac{2J_f+1}{2J_i+1} C^2S = 1.79 \qquad C^2S(T_<) = 2/3 \cdot \beta_3^2(d_{3/2},T_<) \cdot \gamma_1^2$$

$$\beta_3(d_{3/2},T_<) = \sqrt{0.75}$$

Zustand bei 6.815 MeV:

$$\frac{2J_f+1}{2J_i+1} C^2S(T_>) = 0.39 \qquad C^2S(T_>) = 1/3 \cdot \beta_3^2(2s_{1/2},T_>) \cdot \gamma_1^2$$

$$\beta_3(2s_{1/2},T_>) = \sqrt{0.65}$$

7 Literaturverzeichnis

1.1) G.M. Crawley, G.T. Garvey, Phys.Let. 19 (1965) 228
(A change from strong to weak coupling between 25Mg and 27Al)

1.2) T.R. Ophel, B.T. Lawergren, Nucl. Phys. 52 (1964) 417
(The low-lying levels of 27Al (I))

1.3) B.T. Lawergren, Nucl. Phys. 53 (1964) 417
(The low-lying levels of 27Al (II). The 3 MeV doublet levels)

1.4) N. Niewodniczanski et al., Nucl Phys. 55 (1964) 386
(Elastic and inelastic scattering of 12.8 MeV deuterons by 27Al und 28Si nuclei)

1.5) J. Kokame et al., Phys. Let. 14 (1965) 234
(The excuted core model of light nuclei in (α,α) scattering)

1.6) D. Evers et al., Nucl. Phys. 91 (1967) 472
(Lifetime of the 3/2+ 1.013 MeV state and the excited-core model of 27Al)

1.7) V.K. Thankappan, Phys. Rev. 141 (1966) 957
(27Al and the excited-core model)

1.8) G.C. Bonazola et al., Phys. Rev. 140 (1965) B835
(Excited-core model in 27Al and inelastic scattering of 14.2 MeV neutrons)

1.9) P.H. Stelson et al., Nucl. Phys. 68 (1965) 97
(Excitation of collective states by the inelastic scattering of 14 MeV neutrons)

1.10) E. Almqvist et al., Nucl. Phys. 19 (1960) 1
(Low levels of 27Al)

1.11) G.R. Bishop, Nucl. Phys. 14 (1959/1960) 376
(Application of the collective model to some nuclei in the d-shell)

1.12) W. Schloz, F.B. Malik, Bull. Am. Phys.Soc. 12 (1967) 84
(Inversion of the deformation sign in the s-d shell)

1.13) B.H. Wildenthal et al., Bull.Am.Phys.Soc. 12 (1967) 48
(Shell model calculations for A=17 - 28 nuclei)

1.14) P.C. Sood, N.E. Davisson, Bull.Am.Phys.Soc. 12 (1967) 66
(Nilsson model with band mixing and energy levels in 27Al)

1.15) A.B. Glegg, K.J. Foley, Phil. Mag. 7 (1962) 247
(Energy level schemes of 23Na, 27Al, 31P on the unified model)

1.16) I. Kelson, C.A. Levinson, Phys. Rev. 134 (1964) B269
(Application of self-consistent field methods to rotational motions in sd shell nuclei)

1.17) R.M. Lombard, G.R. Bishop, Nucl. Phys. A101 (1967)601,62
(The scattering of high-energy electrons by 27Al,Scattering of high-energy electrons on 27Al and the core-excit. model)

1.18) M.B. Lewis et al., Phys. Rev. 163 (1967) 1238
(Study of the low levels of 27Si)

1.19) T. Wakatsuki et al., Jour.Phys.Soc.Jap. 21 (1966) 834
(The levels of 27Al)

1.20) P.J.M. Smulders et al., Can.Jor.Phys. 46 (1968) 261
(Lifetimes measurements in 27Al)

1.21) G. Ripka, in 'Int.Nucl.Phys.Conf.' Gatlinburg,Ten.(1966) 833

1.22) F.B. Malik, W. Scholz, in Nucl.Struc.Conf. Dacca (1967)

2) H. Morgenstern et al., Nucl. Phys. A111 (1968) 417

3) D. Hilscher, Dissertation 1968, HMI Berlin

4) W. Busse, Diplomarbeit 1967, HMI Berlin

5) R.H. Bassel, R.M. Drisco, G.R. Satchler
Oak Ridge National Laboratory Report, The code Julie,1966

6) N.S. Chant, J.M. Nelson, Nuclear Physics Laboratory
University of Oxford, Ref: 22/1968

7) H. Homeyer, Diplomarbeit 1967, HMI Berlin

8) W. Bohne, Diplomarbeit 1968, HMI Berlin

9) H. Homeyer, Nucl. Instr. 56 (1967) 355

10) P.M. Endt, C. van der Leun, Nucl.Phys.A105 (1967)1,107

11) R.H. Bassel et al., Oak Ridge National Laboratory Report, ORNL 3240 (1962) unveröffentlicht

12) L. McFadden, G.R. Satchler, zitiert von
D. Dehnhard, Nucl. Phys. A97 (1967) 164

13) J. Nurzynski et al., Nucl. Phys. A107 (1968) 581

14) D. Miljanić et al., Nucl.Phys. A106 (1968) 401

15) R.H. Bassel, Phys. Rev. 149 (1966) 791

16) J.B. French, M.H. MacFarlane, Nucl.Phys. 26 (1961) 168

17) M.H. MacFarlane, J.B. French, Rev.Mod.Phys. 32 (1960)567

18) J.P. Schiffer, Tokio Conf. (1967) 324

19) S.G. Nilsson, Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk. 29,No.16 (1955)

20) B.E. Chi, Nucl. Phys. 83 (1966) 97

21) G.R. Satchler, Ann. Phys. 3 (1958) 275

24) H.E. Gove et al., Nucl. Phys. A 116 (1968) 369
25) B.H. Wildenthal, E. Newman, Phys. Rev. 167 (1968) 1027
26) J.M. Lacambra, Nucl. Phys. A 92 (1967) 30
27) F.S. Levin, Phys. Rev. 147 (1966) 715
28) P.J. Jano, N. Austern, Phys. Rev. 151 (1966) 853
29) W. Bohne et al., Nucl. Phys. A 131 (1969) 273
30) W.P. Alford et al., Nucl. Phys. A 130 (1969) 119
31) A.G. Blair, Bull.Am.Phys.Soc. 9 (1964) 440
32) B. Lawergren, Nucl. Phys. A 90 (1967) 311
33) D. Dehnhard, Bull.Am.Phys.Soc. 11 (1965) 599
34) D. Dehnhard, J.L. Yntema, Phys. Rev. 160 (1967) 964
35) J.M. Joyce et al., Jahresbericht Universität Pennsylvania 1968
36) I. Filosofo, F. Pellegrini, Nuov.Cimen. 38 (1965) 1133
37) G. Bruge et al., Journ. de Phys.Coll. (1966) C1 - 44
38) B. Lawergren, Phys. Let. 24 B (1967) 395
40) S. Martin, Doktorarbeit 1968, Heidelberg
41) G.D. Jones et al., Nucl. Phys. A 107 (1968) 659
42) R.L. Kozub, Phys. Rev. 172 (1968) 1078
43) B.H.Wildenthal,P.W.M.Glaudemanns, Nucl.Phys.92(1967) 353
44) L.W. Swenson et al., Nucl. Phys. A 90 (1967) 232
45) B.H. Wildenthal, Phys. Rev. 26 B (1968) 692
46) Buccino, Nucl. Phys. 86 (1966) 353
47) S.T. Lam et al., Universität Alberta, Edmonton, priv.Mitt.
48) Davies, Nucl. Phys. 76 (1966) 65
49) H. Ejiri et al., Jour. Phys.Soc.Jap. 21 (1966) 2110
50) J.P. Schiffer et al., Phys. Rev. 147 (1966) 829
51) B. Mottelson, in Int. Nucl.Phys.Conf. Gatlinburg (1966)833
52) A.G. Blair, in Int.Nucl.Phys.Conf. Gatlinburg (1966) 833

Diese Arbeit wurde im Sektor Kernphysik des Hahn-Meitner-Institutes für Kernforschung Berlin unter der Leitung von Professor Dr. K. H. Lindenberger und der Betreuung von Dr. J. Scheer durchgeführt.

Den Herren W. Bohne, Dr. D. Hilscher, H. Homeyer, H. Lettau und Dr. J. Scheer danke ich für die Mitarbeit bei den Experimenten.

Den Herren Dr. H. Fuchs, Dr. D. Hilscher, F. Sichelschmidt und besonders Dr. J. Scheer danke ich für wertvolle Diskussionen und Anregungen.

L e b e n s l a u f

Name:	Hans Morgenstern
Geburtsdatum:	13. März 1940
Geburtsort:	Berlin
Familienstand:	seit November 1968 verheiratet, keine Kinder
Eltern:	Gerda Morgenstern, geb. Holzfuß Alfred Morgenstern (Ingenieur) (18. Mai 1945 gefallen)
Schulausbildung:	1946 - 1952 Volksschule in Berlin-Spandau 1952 - 1954 Kant-Gymnasium in Spandau 1954 - 1959 Freiherr-vom-Stein Schule März 1959 Reifeprüfung
Studiengang:	1959 - 1966 Freie Universität Berlin mit Studienfächer Physik, Mathematik und Chemie; 1962 Diplomvorprüfung in Physik ; ab Oktober 1963 Diplomand bei Prof. Lindenberger am Hahn-Meitner-Institut, Sektor Kernphysik; April 1966 Diplomprüfung in Physik
Thema der Diplomarbeit:	Energie- und Winkelverteilungen von Protonen und α-Teilchen aus den Reaktionen $^{28}Si(n,p)^{28}Al$ und $^{28}Si(n,\alpha)^{25}Mg$;
	ab Mai 1966 Doktorand bei Prof. Lindenberger, seit Januar 1968 Wissenschaftlicher Assistent